

**ΤΑΞΗ:** Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

**ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ:** ΔΗΜΟΥΛΕΑΣ ΑΛΕΞΗΣ

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη (ε) του κύκλου (C):  $x^2 + y^2 = \rho^2$  σε ένα σημείο του  $A(x_1, y_1)$ , έχει εξίσωση ε:  $xx_1 + yy_1 = \rho^2$ .

(Μονάδες 10)

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας δίπλα από κάθε μία τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Όλες οι ευθείες έχουν συντελεστή διεύθυνσης.

**β)** Η εξίσωση  $Ax+By+\Gamma=0$  παριστάνει κατακόρυφη ευθεία, αν  $B=0$  και  $A \neq 0$ .

**γ)** Η εξίσωση  $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 2 = 0$  παριστάνει κύκλο με κέντρο  $K(-1, -1)$ .

**δ)** Η εξίσωση  $2(x - y)^2 = 9 - 4xy$  παριστάνει κύκλο.

**ε)** Αν για την ευθεία (ε):  $ax+by+\gamma=0$  ισχύει:  $d(K, \varepsilon)=\rho$ , τότε η (ε) εφάπτεται στον κύκλο κέντρου  $K$  και ακτίνας  $\rho$ .

(Μονάδες 15)

### ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το σημείο  $K(-3, 1)$  και η ευθεία (ε):  $4x - 3y + 5 = 0$ .

**α)** Να αποδείξετε ότι η απόσταση του σημείου  $K$  από την ευθεία (ε) είναι ίση με 2.

(Μονάδες 6)

**β)** Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου  $C$  που έχει κέντρο το σημείο  $K$  και εφάπτεται στην ευθεία (ε).

(Μονάδες 9)

**γ)** Να σχεδιάσετε στο ίδιο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων τον κύκλο  $C$  και την ευθεία (ε).

(Μονάδες 10)

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 + \lambda x + \lambda y + \lambda - 1 = 0$  (1),  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1), παριστάνει κύκλο για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου που ορίζεται από την εξίσωση (1), ο οποίος εφάπτεται της ευθείας  $\varepsilon: x + y + 2 = 0$ .

(Μονάδες 9)

γ) Για  $\lambda = 1$ , στον κύκλο που προκύπτει από την εξίσωση (1), να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του, που διέρχονται από το σημείο  $M(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$ .

(Μονάδες 9)

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ο κύκλος  $C: (x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$  και η ευθεία  $\varepsilon: 2x + y + 5 = 0$ .

α) Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου  $C$ .

(Μονάδες 6)

β) Να δείξετε ότι ο κύκλος  $C$  και η ευθεία ( $\varepsilon$ ) δεν έχουν κοινά σημεία.

(Μονάδες 6)

γ) Να δείξετε ότι υπάρχουν δύο ευθείες  $(\eta_1), (\eta_2)$  που είναι παράλληλες στην ευθεία ( $\varepsilon$ ) και εφάπτονται του κύκλου  $C$  και να βρείτε τις εξισώσεις τους.

(Μονάδες 7)

δ) Να βρείτε τη μεσοπαράλληλη των ευθειών  $(\eta_1), (\eta_2)$ .

(Υπόδειξη: Πρέπει  $d(K, \eta_1) = d(K, \eta_2)$ )

(Μονάδες 6)

**ΑΡΕΙΤΟΛΜΟ**

**ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

Δάφνη - Αγ. Δημήτριος