

**ΤΑΞΗ: Γ' ΕΠΑΛ**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΧΑΡΗΣ ΠΑΛΛΑΝΤΖΑΣ

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου  $\delta$  ενός δείγματος  $\nu$  παρατηρήσεων που έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά.

(Μονάδες 5)

**A2.** Έστω παραγωγίσιμες συναρτήσεις  $f, g$  στο  $\mathbb{R}$ . Να αποδείξετε ότι

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x), \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

(Μονάδες 6)

**A3.** Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ):

**α)** Αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $(\alpha, \beta)$  και  $f'(x) > 0$  για κάθε  $x \in (\alpha, \beta)$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα και δεν παρουσιάζει ακρότατο στο  $(\alpha, \beta)$ .

**β)** Αν για τις τιμές  $x_1, x_2, \dots, x_\nu$  έχουμε αντίστοιχους συντελεστές στάθμισης  $w_1, w_2, \dots, w_\nu$ ,

τότε ο σταθμικός τους μέσος δίνεται από τον τύπο  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i w_i}{\nu}$ .

**γ)** Η διάμεσος επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές της μεταβλητής.

**δ)** Ο συντελεστής μεταβολής μπορεί να είναι αρνητικός αριθμός.

**ε)** Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για την παρουσίαση των στατιστικών δεδομένων που αφορούν τις τιμές μόνο ποσοτικής μεταβλητής.

(Μονάδες 10)

**A4.** Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

**α)**  $(\sqrt{x})' = \dots\dots\dots$ , αν  $x > 0$ .

**β)**  $(f(x) \cdot g(x))' = \dots\dots\dots$ , αν  $f, g$  παραγωγίσιμες στο  $\mathbb{R}$ .

**(Μονάδες 4)**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται οι παρακάτω 5 αριθμοί:

$$\alpha, \alpha+1, \alpha+2, \alpha+3, \alpha+4$$

οι οποίοι έχουν διάμεσο  $\delta = 4$ .

**B1.** Να δείξετε ότι  $\alpha = 2$ .

**(Μονάδες 6)**

**B2.** Να υπολογίσετε την μέση τιμή των αριθμών.

**(Μονάδες 6)**

**B3.** Να δείξετε ότι το δείγμα τους δεν είναι ομοιογενές.

**(Μονάδες 7)**

**B4.** Αν εφοδιάσουμε τους αριθμούς  $x_1 = \alpha, x_2 = \alpha+1, x_3 = \alpha+2, x_4 = \alpha+3, x_5 = \alpha+4$ , με αντίστοιχους συντελεστές βαρύτητας  $w_1 = 3, w_2 = 0, w_3 = -1, w_4 = 1, w_5 = -2$ , τότε να βρείτε το σταθμικό τους μέσο.

**(Μονάδες 6)**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \alpha x^2 + 3x - 2$ , όπου  $\alpha \in \mathbb{R}$  σταθερά. Η γραφική παράσταση της  $f'$  (παράγωγος της  $f$ ) τέμνει τον άξονα  $x'$  σε σημείο με τετμημένη  $x_0 = 1$ .

**Γ1.** Να δείξετε ότι  $\alpha = 2$ .

**(Μονάδες 6)**

**Γ2.** Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

**(Μονάδες 7)**

Γ3. Να δείξετε ότι για κάθε  $x \in [1, 3]$  ισχύει  $-2 \leq f(x) \leq -\frac{2}{3}$ .

(Μονάδες 6)

Γ4. Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) + f''(x) + 1}{x^2 - 4}$ .

(Μονάδες 6)

### ΘΕΜΑ Δ

Θεωρούμε τη συνάρτηση  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ , με  $x > 1$ .

Δ1. Να δείξετε ότι η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της και να βρείτε το πρόσημο της παράστασης  $A = \frac{f(\beta) - f(\alpha)}{\beta - \alpha}$  για οποιαδήποτε  $\alpha, \beta \in (1, +\infty)$  με  $\alpha < \beta$ .

(Μονάδες 6)

Δ2. Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  που είναι παράλληλη στην ευθεία  $y = -x$ , έχει εξίσωση  $\varepsilon: y = -x + 4$ .

(Μονάδες 7)

Δ3. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η παραπάνω εφαπτομένη με τους άξονες.

(Μονάδες 6)

Δ4. Αν τα σημεία  $A_1(x_1, y_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2)$  και  $A_3(x_3, y_3)$  ανήκουν στην ευθεία  $\varepsilon: y = -x + 4$  και οι τετμημένες  $x_1, x_2, x_3$  των σημείων  $A_1, A_2, A_3$  έχουν μέση τιμή  $\bar{x} = 2$ , τότε να υπολογίσετε την μέση τιμή  $\bar{y}$  των τεταγμένων  $y_1, y_2, y_3$  των σημείων αυτών.

(Μονάδες 6)

**ΑΡΕΙΤΟΛΜΟ**

**ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**

Δάφνη - Αγ. Δημήτριος