ΔΕΥΤΕΡΑ 6 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2026

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ΄ ΕΠΑΛ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΧΑΡΗΣ ΠΑΛΑΝΤΖΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 87

Α2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 31

Α3. α) Σ **β)** Λ **γ)** Λ **δ)** Λ **ε)** Λ

Α4. α) $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

β) $f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\delta=\alpha+2 \Leftrightarrow 4=\alpha+2 \Leftrightarrow \alpha=2$.

Β2. $\bar{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{5} t_i}{\nu}=\dfrac{20}{5}=4$.

Β3. $s^2=\dfrac{1}{\nu}\cdot\left[\sum_{i=1}^{5}(t_i-\bar{x})^2\right]=\dfrac{1}{5}\cdot 10=2$, άρα $s=\sqrt{s^2}=\sqrt{2}$.

$CV=\dfrac{s}{|\bar{x}|}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}>\dfrac{1}{4}=25\%$, άρα όχι ομοιογενές.

Β4. $\bar{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{5} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{5} w_i}=\dfrac{-5}{1}=-5$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x)=x^2-2\alpha x+3$ και ισχύει
$f'(1)=0 \Leftrightarrow 1-2\alpha+3=0 \Leftrightarrow \alpha=2$.

Γ2. $f'(x)\geq 0 \Leftrightarrow x^2-4x+3\geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-3)\geq 0 \Leftrightarrow x\in(-\infty,1]\cup[3,+\infty)$, άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty,1]$ και $[3,+\infty)$, ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $[1,3]$. Παρουσιάζει στη θέση $x=1$, τοπικό μέγιστο το $f(1)=-\frac{2}{3}$ και στη θέση $x=3$, τοπικό ελάχιστο το $f(3)=-2$.

Γ3. Στο $[1,3]$ η f είναι γνησίως φθίνουσα άρα για
$x\in[1,3]\Leftrightarrow 1\leq x\leq 3 \Leftrightarrow f(3)\leq f(x)\leq f(1)\Leftrightarrow -2\leq f(x)\leq -\frac{2}{3}$.

Γ4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f'(x)+f''(x)+1}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4x+3+2x-4+1}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-2x}{x^2-4}=$

$=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x(x-2)}{(x-2)(x+2)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x}{x+2}=\dfrac{1}{2}$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $(1,+\infty)$ με $f'(x)=-\dfrac{1}{(x-1)^2}<0$, άρα είναι γνησίως φθίνουσα στο $(1,+\infty)$. Έστω $\alpha,\beta\in(1,+\infty)$ με $\alpha<\beta$. Επειδή η f είναι γνησίως φθίνουσα προκύπτει ότι:

- $\alpha<\beta \Leftrightarrow f(\alpha)>f(\beta)\Leftrightarrow f(\beta)-f(\alpha)<0$
- $\alpha<\beta \Leftrightarrow \beta-\alpha>0$

οπότε $\mathrm{A}<0$, ως πηλίκο ετερόσημων όρων.

Δ2. $f'(x_0)=-1\Leftrightarrow -\dfrac{1}{(x_0-1)^2}=-1\Leftrightarrow (x_0-1)^2=1\Leftrightarrow {x_0}^2-2x_0=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x_0=0$ (απορρίπτεται) ή $x_0=2$.
Βρίσκουμε την εφαπτομένη στο $x_0=2$.
Είναι $f'(2)=-1$ και $f(2)=2$.

Έχει εξίσωση της μορφής $y=\lambda x+\beta$, όπου $\lambda=f'(2)=-1$, οπότε γίνεται $y=-x+\beta$. Αφού διέρχεται από το $\mathrm{M}(2,f(2))$ έχουμε $f(2)=-2+\beta \Leftrightarrow \beta=4$. Άρα η εφαπτομένη έχει εξίσωση $\varepsilon:\ y=-x+4$.

Δ3. Η $y=-x+4$ τέμνει τους άξονες στα σημεία $(4,0)$ και $(0,4)$. Το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και ισοσκελές με μήκος κάθετων πλευρών ίσο με 4 μονάδες, άρα έχει εμβαδόν $\mathrm{E}=\frac{4\cdot 4}{2}=8$ τετραγωνικές μονάδες.

Δ4. Αφού τα σημεία βρίσκονται πάνω στην ευθεία $y=-x+4$, οι συντεταγμένες τους επαληθεύουν την εξίσωσή της, άρα $y_i=-x_i+4$, για $i=1,2,3$.
Έπεται ότι $\overline{y}=-\overline{x}+4=-2+4=2$.