

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: Ηράκλεια Μαρδάκη

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - \rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x = \rho$.

Είναι δηλαδή $v = P(\rho)$.

Μονάδες 10

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας δίπλα από κάθε μία το γράμμα Σ, αν η πρόταση είναι σωστή ή το γράμμα Λ, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η εξίσωση $\eta\mu x = a$ έχει λύση για κάθε $a \in \mathbb{R}$.

β) Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} , τότε $f(2026) < f(2025)$.

γ) Το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x + \rho$, αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$.

δ) Μια άρτια συνάρτηση έχει άξονα συμμετρίας τον xx' .

ε) Το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - ax^2 + bx - 3$, μπορεί να έχει ρίζα τον αριθμό 2.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β (Τράπεζα θεμάτων)

Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $[-4, 4]$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

B1. Να αιτιολογήσετε γιατί η συνάρτηση είναι άρτια.

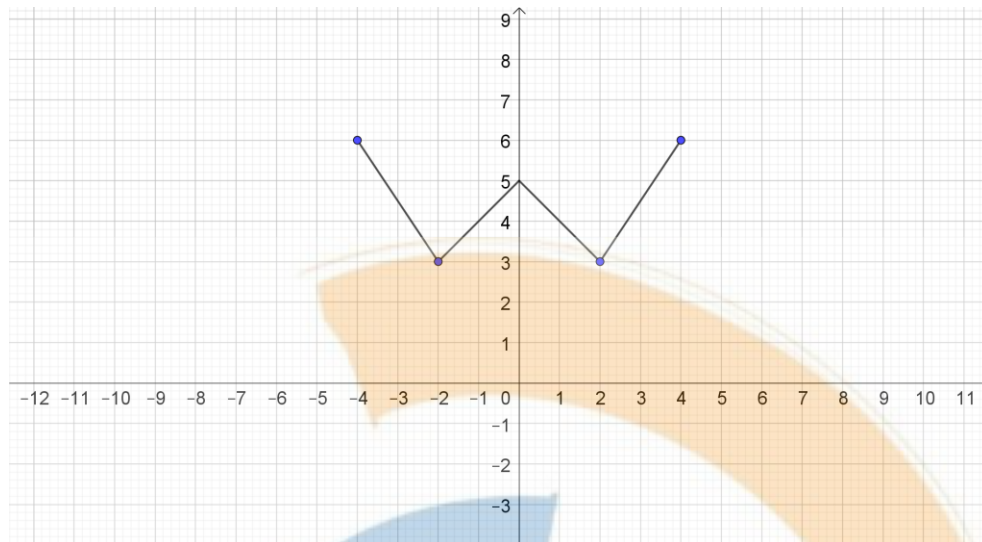
Μονάδες 8

B2. Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f .

Μονάδες 8

B3. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της f καθώς και για ποιες τιμές του x την παρουσιάζει.

Μονάδες 9



ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = a \cdot \sigma\upsilon\nu(3x) + \beta$, με $a, \beta \in \mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(0, 3)$ και $B\left(\frac{\pi}{3}, -1\right)$.

Γ1. Να δείξετε ότι $a = 2$ και $\beta = 1$.

Μονάδες 6

Γ2. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f , καθώς και την περίοδο της.

Μονάδες 5

Γ3. Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = 0$.

Μονάδες 7

Γ4. Να γίνει η γραφική παράσταση της f .

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ (Τράπεζα Θεμάτων)

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^4 + x^3 + ax - 4$ και $\delta(x) = x^2 - 3x + 2$. Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $\delta(x)$, είναι το πολυώνυμο $\nu(x) = 24x - 24$.

Δ1. Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού a .

Μονάδες 8

Δ2. Για $a = 2$,

α) Να υπολογίσετε το υπόλοιπο και το πηλίκο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x - 1$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης $P(x) : (x - 1)$.

Μονάδες 4

β) Να βρείτε τα σημεία τομής του άξονα $x'x$ με την γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$.

Μονάδες 7

γ) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες, η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 6

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ