ΑΡΕΙΤΟΛΜΟ
ΚΕΝΤΡΑ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΣΑΒΒΑΤΟ 14 ΜΑΡΤΙΟΥ 2026

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ
ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

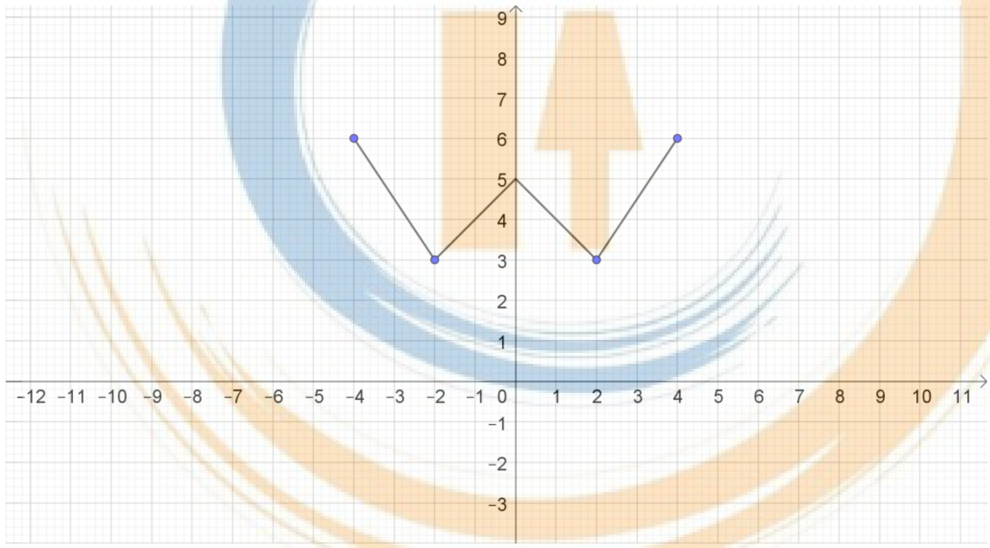
Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΗΡΑΚΛΕΙΑ ΜΑΡΔΑΚΗ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 134

Α2. α) Λ, β) Σ, γ) Λ, δ) Λ, ε) Λ

ΘΕΜΑ Β



Β1. Παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f έχει άξονα συμμετρίας τον yy' ,που σημαίνει ότι είναι άρτια.

Β2. Η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[-2,0]$ και στο $[2,4]$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-4,-2]$ και στο $[0,2]$.

Β3. Η f παρουσιάζει ελάχιστο το 3 και οι θέσεις ελαχίστου είναι το -2 και το 2.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Επειδή η γραφική παράσταση της f διέρχεται από τα σημεία $\mathrm{A}(0,3)$ και $\mathrm{B}\left(\frac{\pi}{3},-1\right)$ ισχύει:

$$f(0)=3 \quad \text{και} \quad f\left(\frac{\pi}{3}\right)=-1$$

$$\alpha\cdot\sigma\upsilon\nu 0+\beta=3 \quad \text{και} \quad \alpha\cdot\sigma\upsilon\nu\pi+\beta=-1$$

$$\alpha+\beta=3 \quad \text{και} \quad -\alpha+\beta=-1$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις παραπάνω εξισώσεις έχουμε :

$$2\beta=2\Leftrightarrow\beta=1$$

Οπότε : $\alpha=2$

Γ2. Για $a=2$ και $\beta=1$ η συνάρτηση f γράφεται : $f(x)=2\cdot\sigma\upsilon\nu(3x)+1$

Μέγιστη τιμή: $\max=|\rho|+c=|2|+1=3$

Ελάχιστη τιμή: $\min=-|\rho|+c=-|2|+1=-1$

Περίοδος: $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{3}$

Γ3. Επίλυση της εξίσωσης $f(x)=0$:

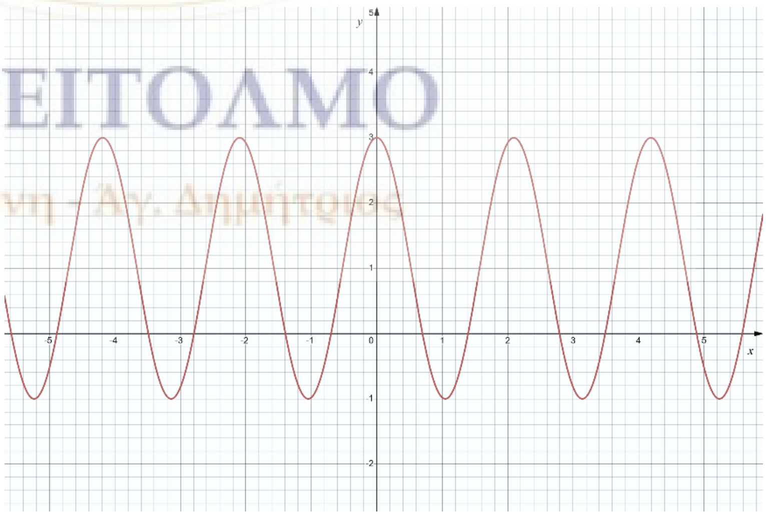
$$2\sigma\upsilon\nu(3x)+1=0\Leftrightarrow 2\sigma\upsilon\nu(3x)=-1\Leftrightarrow\sigma\upsilon\nu(3x)=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\sigma\upsilon\nu(3x)=-\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow\sigma\upsilon\nu(3x)=\sigma\upsilon\nu\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)\Leftrightarrow\sigma\upsilon\nu(3x)=\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3}\Leftrightarrow 3x=2\kappa\pi\pm\frac{2\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{2\kappa\pi}{3}\pm\frac{2\pi}{9},\kappa\in\mathbb{Z}$$

Γ4. Γραφική παράσταση της f :

x	0	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$
$f(x)$	3	1	-1	1	3



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η διαίρεση του πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο $\delta(x)$ είναι :

$$
\begin{array}{ll|l}
x^4 + x^3 & + \alpha\, x - 4 & x^2 - 3x + 2 \\
\cline{3-3}
-x^4 + 3x^3 - 2x^2 & & x^2 + 4x + 10 \\
\cline{1-2}
4x^3 - 2x^2 & + \alpha\, x - 4 & \\
-4x^3 + 12x^2 & - 8\, x & \\
\cline{1-2}
10x^2 & + (\alpha - 8)\, x - 4 & \\
-10x^2 & + 30\, x - 20 & \\
\cline{1-2}
 & (\alpha + 22)\, x - 24 &
\end{array}
$$

Το υπόλοιπο της διαίρεσης είναι: $\upsilon(x) = (\alpha + 22)\, x - 24$

Επομένως πρέπει να ισχύει $(\alpha + 22)\, x - 24 = 24x - 24$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

$$(\alpha + 22)\, x - 24 = 24x - 24$$

$$\alpha + 22 = 24$$

$$\alpha = 2$$

Δ2. Για $\alpha = 2$, είναι $P(x) = x^4 + x^3 + 2\, x - 4$.

α) Εφαρμογή του σχήματος Horner:

1	1	0	2	− 4	ρ =1
	1	2	2	4	
1	2	2	4	0	

Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x - 1$ είναι $\upsilon = P(1) = 0$

Η ταυτότητα της διαίρεσης του $P(x):(x-1)$ είναι :

$$P(x) = (x-1)(x^3 + 2x^2 + 2x + 4)$$

β) Ζητείται η επίλυση της εξίσωσης $P(x) = 0$

$$(x - 1) \cdot (x^3 + 2x^2 + 2x + 4) = 0$$

Όμως : $x^3 + 2x^2 + 2x + 4 = x^2(x+2) + 2(x+2) = (x+2)(x^2+2)$

Τελικά η εξίσωση γράφεται :

$$(x-1)\cdot(x+2)\cdot(x^2+2) = 0 \xLeftrightarrow{x^2+2\neq 0} x = 1 \text{ ή } x = -2$$

Επομένως, τα σημεία τομής του άξονα $x'x$ με την γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$, είναι τα $A(-2,0)$ και $B(1,0)$.

γ) Ζητείται η επίλυση της ανίσωσης $P(x) < 0$

$$(x-1)\cdot(x+2)\cdot(x^2+2) < 0$$

Το πρόσημο των τιμών του $P(x)$ φαίνεται στον παρακάτω πίνακα προσήμων:

x	$-\infty$		**−2**		**1**		$+\infty$
$x-1$		−		−	0	+	
$x+2$		−	0	+		+	
x^2+2		+		+		+	
$P(x)$		+	0	−	0	+	

Ως εκ τούτου, $P(x) < 0$ για κάθε $x \in (-2,1)$.