ΣΑΒΒΑΤΟ 14 ΜΑΡΤΙΟΥ 2026

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ
ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΘΑΝΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1.

α) Λάθος (Παράδειγμα: α = -2, β = 1 → $\alpha^2 = 4 > 1$ αλλά α < β).

β) Σωστό (Αν Δ < 0 το τριώνυμο δε μηδενίζεται και έχει πάντα το πρόσημο του α).

γ) Σωστό (Για $x^2 + Sx + P = 0$ ισχύει $x_1 + x_2 = -S$).

δ) Λάθος (Οι λύσεις είναι ομόσημες όταν ισχύει P > 0).

ε) Σωστό ($|x-\alpha| \geq 0 \Rightarrow |x-\alpha| + 1 \geq 1$, άρα δε μπορεί να γίνει 0).

Α2.

Σχολικό βιβλίο, Σελ. 90.

ΘΕΜΑ Β

Β1.

i) Έλεγχος αν το 1 είναι ρίζα: Για x = 1 έχουμε

$2\cdot1^2 + 3\cdot1 - 5 = 2 + 3 - 5 = 0$

Άρα το 1 είναι ρίζα.

ii) Παραγοντοποίηση:

Γνωστός τύπος : $\alpha(x-x_1)(x-x_2)$

Δ=49 και $x_1 = 1, x_2 = -\dfrac{5}{2}$.

Οπότε $2x^2+3x-5 = 2(x-1)\left(x+\dfrac{5}{2}\right) = (x-1)(2x+5)$

B2.

i) $|2x - 1| < 7$

$-7 < 2x - 1 < 7$

$-6 < 2x < 8$

$-3 < x < 4$

Λύση: $(-3, 4)$

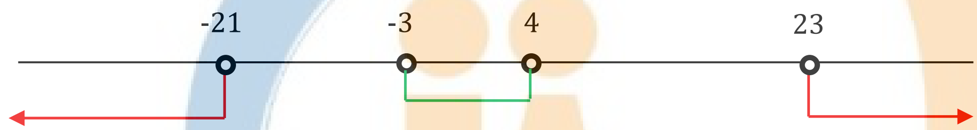
$|x - 1| > 22$

$x - 1 > 22$ ή $x - 1 < -22$

$x > 23$ ή $x < -21$

Λύση: $(-\infty, -21) \cup (23, +\infty)$

ii)



iii) Κοινές λύσεις: Δεν υπάρχουν.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

α) $x^2 - 2\lambda x + 4(\lambda - 1) = 0$

$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$

$\Delta = (-2\lambda)^2 - 4\cdot 1\cdot 4(\lambda - 1)$

$\Delta = 4\lambda^2 - 16\lambda + 16$

$\Delta = (2\lambda - 4)^2$

β) Ρίζες:

$$x_{1,2} = \frac{-(-2\lambda) \pm \sqrt{(2\lambda - 4)^2}}{2\cdot 1} = \frac{2\lambda \pm |2\lambda - 4|}{2}$$, οπότε

$$x_1 = \frac{2\lambda + 2\lambda - 4}{2} = \frac{4\lambda - 4}{2} = \frac{2(2\lambda - 2)}{2} = 2\lambda - 2 \quad \text{και} \quad x_2 = \frac{2\lambda - (2\lambda - 4)}{2} = \frac{2\lambda - 2\lambda + 4}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

ή

$$x_2=\frac{2\lambda+2\lambda-4}{2}=\frac{4\lambda-4}{2}=\frac{2(2\lambda-2)}{2}=2\lambda-2 \quad \text{και} \quad x_1=\frac{2\lambda-(2\lambda-4)}{2}=\frac{2\lambda-2\lambda+4}{2}=\frac{4}{2}=2$$

γ) Οπότε η x = 2 είναι λύση για οποιαδήποτε τιμή του λ:

$2^2 - 2\lambda \cdot 2 + 4(\lambda - 1) = 4 - 4\lambda + 4\lambda - 4 = 0$

Γ2.

$x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

Θέτουμε $y = x^2$, οπότε η εξίσωση γίνεται: $y^2 - 7y + 12 = 0$

Εύρεση ριζών:

$\Delta=(-7)^2 - 4\cdot1\cdot12=49-48=1$. Οπότε

$y_1=3$ και $y_2=4$

Επομένως

$x^2=3 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{3}$

$x^2=4 \Leftrightarrow x=\pm 2$

Ρίζες: 2, -2, $\sqrt{3}$,$-\sqrt{3}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Η διακρίνουσα της εξίσωσης $\lambda x^2 + (2\lambda - 1)x + \lambda - 1 = 0$ είναι:

$\Delta = (2\lambda - 1)^2 - 4\lambda(\lambda - 1)$

$\Delta = 4\lambda^2 - 4\lambda + 1 - 4\lambda^2 + 4\lambda$

$\Delta=1$

Άρα είναι σταθερή.

Δ2.

Ρίζες: $x_{1,2}=\frac{-(2\lambda-1)\pm\sqrt{1}}{2\lambda}=\frac{-2\lambda+1\pm1}{2\lambda}$

Άρα :

$x_1=\frac{-2\lambda+2}{2\lambda}=\frac{2(1-\lambda)}{2\lambda}=\frac{1-\lambda}{\lambda}$ $\qquad$ $x_2=\frac{-2\lambda+1-1}{2\lambda}=\frac{-2\lambda}{2\lambda}=-1$

Δ3.

Απόσταση ριζών: Θα πρέπει $|x_1 - x_2| = 2$.

Οπότε :

$$\left|\frac{1-\lambda}{\lambda} - (-1)\right| = 2$$

$$\left|\frac{1-\lambda}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda}\right| = 2$$

$$\left|\frac{1-\lambda+\lambda}{\lambda}\right| = 2$$

$$\left|\frac{1}{\lambda}\right| = 2$$

Άρα, $\lambda = \frac{1}{2}$ ή $\lambda = -\frac{1}{2}$.