ΣΑΒΒΑΤΟ 26 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2025

**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ**
**ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**

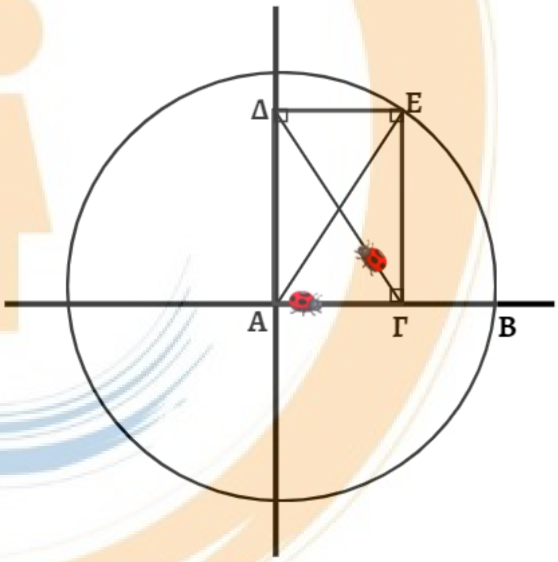
**Επιμέλεια Διαγωνίσματος:** Δρούγας Θανάσης

## ΘΕΜΑ Α

**Α1.** Σχολικό βιβλίο σελ. 88.

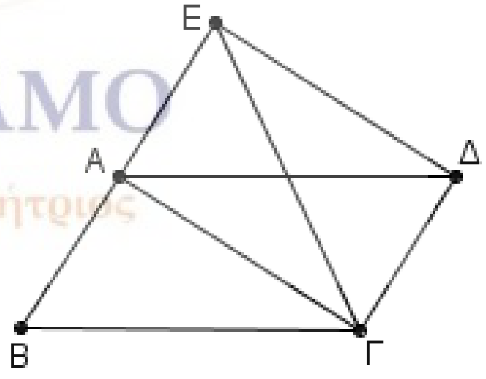
**Α2.** 1. Σ 2. Σ 3. Λ 4. Σ 5. Λ

**Α3.** Το τετράπλευρο ΔΕΓΑ είναι ορθογώνιο (τρεις ορθές γωνίες) άρα οι διαγώνιες του είναι ίσες.
ΔΓ=ΑΕ (1)
Όμως ΑΒ=ΑΕ (2) ως ακτίνες του ίδιου κύκλου.
Από (1), (2) προκύπτει ΔΓ=ΑΒ
Συνεπώς ξεκινώντας τα δυο έντομα ταυτόχρονα κινούμενα με την ίδια σταθερή ταχύτητα θα φτάσουν **ταυτόχρονα** στο τέλος της διαδρομής τους.




## ΘΕΜΑ Β (Τράπεζα Θεμάτων)

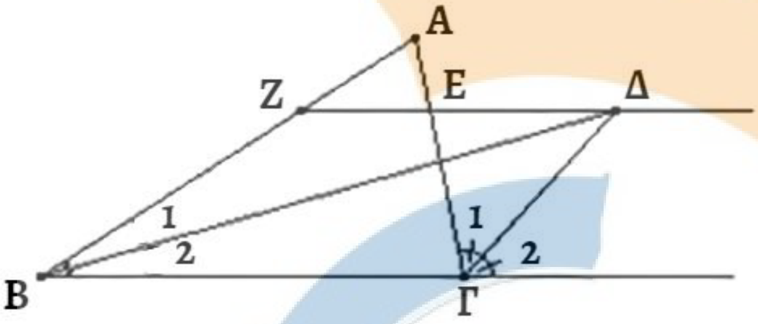
**Β1.** Το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο άρα
ΑΒ=ΔΓ (1)
Το ΑΓΔΕ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο άρα
ΑΕ=ΔΓ (2)
Από (1),(2) προκύπτει ΑΕ=ΑΒ άρα Α είναι μέσο του ΒΕ.




**Β2.** Στο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΓΔΕ οι διαγώνιες είναι ίσες άρα ΓΕ=ΑΔ (3)
Οι απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ είναι ίσες άρα ΒΓ=ΑΔ (4)
Από (3), (4): ΕΓ=ΒΓ άρα το τρίγωνο ΒΕΓ είναι ισοσκελές.

**Β3.** $\widehat{ΒΓΑ} = \widehat{ΓΑΔ}$ (5) ως εντός εναλλάξ επί των παραλλήλων ΑΔ και ΒΓ με τέμνουσα την ΑΓ.
$\widehat{ΓΑΔ} = \widehat{ΕΔΑ}$ (6) ως εντός εναλλάξ επί των παραλλήλων ΕΔ και ΑΓ με τέμνουσα την ΔΑ.
Από (5), (6) έπεται ότι οι γωνίες $\widehat{ΒΓΑ}$ και $\widehat{ΕΔΑ}$ είναι ίσες.

## ΘΕΜΑ Γ

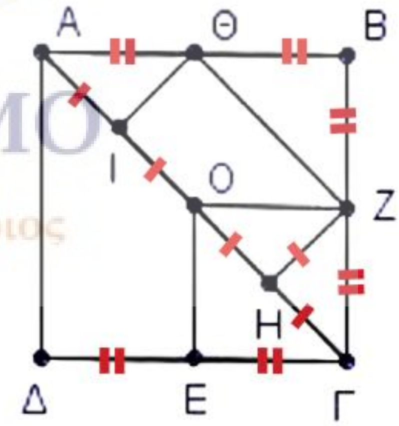



**Γ1.** Η ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{Β}$ του τριγώνου ΑΒΓ άρα $\widehat{Β}_1 = \widehat{Β}_2$ (1)
Ισχύει $\widehat{Β}_2 = \widehat{ΖΔΒ}$ (2) ως εντός εναλλάξ επί των παραλλήλων ΖΔ και ΒΓ με τέμνουσα την ΒΔ. Από (1), (2): $\widehat{Β}_1 = \widehat{ΖΔΒ}$ άρα $\overset{\Delta}{ΒΖΔ}$ είναι ισοσκελές τρίγωνο.
Η ΓΔ η διχοτόμος της εξωτερικής γωνίας της $\widehat{Γ}$ άρα $\widehat{Γ}_1 = \widehat{Γ}_2$ (3)
Ισχύει $\widehat{Γ}_2 = \widehat{ΖΔΓ}$ (4) ως εντός εναλλάξ επί των παραλλήλων ΖΔ και ΒΓ με τέμνουσα την ΔΓ.
Από (3), (4): $\widehat{Γ}_1 = \widehat{ΖΔΓ}$ άρα $\overset{\Delta}{ΔΕΓ}$ είναι ισοσκελές τρίγωνο.

**Γ2.** Το $\overset{\Delta}{ΒΖΔ}$ είναι ισοσκελές τρίγωνο άρα ΒΖ=ΖΔ (5)
Το $\overset{\Delta}{ΔΕΓ}$ είναι ισοσκελές τρίγωνο άρα ΔΕ=ΕΓ (6)
$ΖΕ=ΖΔ-ΕΔ \overset{(5),(6)}{=} ΒΖ-ΕΓ=8-6=2$.

## ΘΕΜΑ Δ (Τράπεζα Θεμάτων)

**Δ1.** Τα Ο, Ε είναι μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΑΔΓ,
άρα ΟΕ//ΑΔ και $ΟΕ = \frac{ΑΔ}{2}$.




Όμως ΑΔ=// ΒΓ , οπότε ΟΕ// ΖΓ και $ΟΕ = \frac{ΒΓ}{2} = ΓΖ$.
Το τετράπλευρο ΟΖΓΕ έχει δύο απέναντι πλευρές του ίσες και παράλληλες, οπότε είναι παραλληλόγραμμο και επειδή έχει Γ= 90° είναι ορθογώνιο.
Είναι $ΓΖ = ΟΕ = \frac{ΑΔ}{2} = \frac{ΓΔ}{2} = ΕΓ = ΖΟ$, οπότε το ΟΖΓΕ είναι τετράγωνο.

**Δ2.** Η ΖΗ είναι διάμεσος στο ορθογώνιο τρίγωνο ΟΖΓ που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα,

άρα $ZH = \frac{O\Gamma}{2} = \frac{\frac{A\Gamma}{2}}{2} = \frac{A\Gamma}{4}$.

**Δ3.** Επειδή τα Θ,Ζ είναι μέσα δύο πλευρών στο τρίγωνο ΑΒΓ είναι ΘΖ //ΑΓ ή ΘΖ //ΙΗ και $\Theta Z = \frac{A\Gamma}{2}$. Είναι

$IH = IO + OH = \frac{AO}{2} + \frac{O\Gamma}{2} = \frac{A\Gamma}{2} = \Theta Z$.

Το τετράπλευρο ΙΘΖΗ έχει δύο απέναντι πλευρές του ίσες και παράλληλες, οπότε είναι παραλληλόγραμμο.

Στο ισοσκελές τρίγωνο ΟΖΓ, το ΖΗ είναι διάμεσος, οπότε είναι και ύψος, δηλαδή ΖΗΟ= 90º.

Επειδή το παραλληλόγραμμο ΙΘΖΗ έχει μία ορθή γωνία, είναι ορθογώνιο.

Τελικά, ΘΖ =ΙΗ=ΟΓ= 2ΗΖ=2ΘΙ