

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: ΘΑΝΑΣΗΣ ΔΡΟΥΓΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη (ε) του κύκλου (C): $x^2 + y^2 = \rho^2$ σε ένα σημείο του $A(x_1, y_1)$, έχει εξίσωση $\varepsilon: xx_1 + yy_1 = \rho^2$.

(Μονάδες 7)

A2. Σε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις να σημειώσετε το γράμμα Σ (Σωστή) ή το γράμμα Λ (Λανθασμένη):

α. Το διάνυσμα $\vec{u} = (A, B)$ είναι παράλληλο στην ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$.

β. Αν ορίζονται οι συντελεστές διεύθυνσης $\lambda_{\varepsilon_1}, \lambda_{\varepsilon_2}$ των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, τότε ισχύει $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2 \Leftrightarrow \lambda_{\varepsilon_1} \cdot \lambda_{\varepsilon_2} - 1 = 0$.

γ. Ο κύκλος με εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ έχει ακτίνα $\rho = \sqrt{\frac{A^2 + B^2 - 4\Gamma}{4}}$.

δ. Η παραβολή με εξίσωση $C: y^2 = 2px$ έχει εστία $E\left(\frac{p}{2}, 0\right)$.

ε. Αν ισχύει $d(K, \varepsilon) < \rho$ όπου K το κέντρο ενός κύκλου ρ η ακτίνα του και ε μια ευθεία και $d(K, \varepsilon)$ η απόσταση του κέντρου του κύκλου από την ε , τότε η ευθεία ε τέμνει τον κύκλο σε δύο σημεία.

(Μονάδες 10)

A3. Να αντιστοιχίσετε σε κάθε εξίσωση ευθείας από την στήλη Α τον συντελεστή διεύθυνσης της στην στήλη Β.

(Ένα στοιχείο της στήλης Β δεν αντιστοιχίζεται με στοιχείο της στήλης Α)

Στήλη Α

A. $y = 3x + 1$

B. $x = 3y + 1$

Γ. $y = 2025$

Δ. $x = 2025$

Στήλη Β

1. $\frac{1}{3}$

2. 2025

3. Δεν ορίζεται

4. 0

5. 3

(Μονάδες 8)

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ Β (Τράπεζα Θεμάτων)

Δίνεται η παραβολή (C) με εξίσωση $y^2 = x$ (1)

B1. Να βρείτε τις συντεταγμένες της εστίας E και την εξίσωση της διευθετούσας (δ).
(Μονάδες 12)

B2. Να αποδείξετε ότι το σημείο A(1, -1) είναι σημείο της παραβολής C.
(Μονάδες 05)

B3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης παραβολής στο σημείο της A(1, -1).
(Μονάδες 08)

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 8 = 0$ (1)

Γ1. Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο C με κέντρο K(3,2) και ακτίνα $\rho = \sqrt{5}$.
(Μονάδες 7)

Γ2. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ε του κύκλου στο σημείο του A(4,4).
(Μονάδες 8)

Γ3. Να βρείτε την απόσταση του κέντρου K του κύκλου από την ευθεία η: $3x+4y-12=0$.
(Μονάδες 8)

Γ4. Να βρείτε σε πόσα σημεία τέμνει η ευθεία (η) τον κύκλο C.
(Μονάδες 2)
Μονάδες 25

ΘΕΜΑ Δ (Τράπεζα Θεμάτων)

Δίνεται η ευθεία $y = \lambda(x-2) + \lambda - 2$, $\lambda \in \mathbb{R}$ (1)

Δ1. Να βρείτε τις ευθείες που προκύπτουν όταν $\lambda = 1$ και όταν $\lambda = 2$. Κατόπιν να βρείτε το κοινό σημείο M των δυο ευθειών.
(Μονάδες 7)
Έστω M(1, -2).

Δ2. Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που προκύπτουν από την (1) για τις διάφορες τιμές του λ , διέρχονται από το M.
(Μονάδες 5)

Δ3. Να βρείτε:
i. τα σημεία τομής A, B της ευθείας (1) με τους άξονες x'x και y'y. (Μονάδες 6)

ii. για ποιες τιμές του λ το εμβαδόν του τριγώνου OAB είναι ίσο με $\frac{1}{2}$; (Μονάδες 7)

Δάφνη - Αγ. Δημήτριος

Μονάδες 25

Σας ευχόμαστε επιτυχία !