

**ΤΑΞΗ:** Γ' ΕΠΑΛ

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

**ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ:** ΔΗΜΟΥΛΕΑΣ ΑΛΕΞΗΣ

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $cf(x)$  όπου  $c$  πραγματικός αριθμός, ισούται με  $cf'(x)$ .

(10 μονάδες)

**A2.** Πότε μία συνάρτηση  $f$  λέγεται παραγωγίσιμη στο σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της;

(5 μονάδες)

**A3.** Ελέγξτε αν καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι **σωστή** ή **λάθος**.

**α)** Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποσοτικής μεταβλητής.

**β)** Οι διακριτές μεταβλητές μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή ενός διαστήματος πραγματικών αριθμών  $(\alpha, \beta)$ .

**γ)** Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και ισχύει  $f'(x) > 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$ .

**δ)** Η διάμεσος ενός δείγματος είναι πάντοτε ίση με μία από τις παρατηρήσεις του δείγματος.

**ε)**  $(f(g(x)))' = g'(f(x))f'(x)$ .

(10 μονάδες)

## ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των παγωτών που κατανάλωσαν οι μαθητές της Γ' τάξης ενός σχολείου στη διάρκεια της πενήμερης εκδρομής τους.

| Αριθμός<br>Παγωτών<br>$x_i$ | $v_i$ | $f_i$ | $f_i\%$ | $N_i$ | $F_i\%$ |
|-----------------------------|-------|-------|---------|-------|---------|
| 0                           |       |       |         |       |         |
| 1                           |       |       |         |       | 70      |
| 2                           | 10    |       |         |       | 90      |
| 3                           |       |       | 10      |       | 100     |
| Σύνολο                      |       |       | 100     |       |         |

Δίνεται το  $f_4\% = 10$  και ότι το 40% των μαθητών δεν έφαγε παγωτό.

**B1.** Να δείξετε ότι η αθροιστική σχετική συχνότητα  $F_1\% = 40$  και η σχετική συχνότητα  $f_3 = 0,2$ .

(Μονάδες 7)

**B2.** Να δείξετε ότι το πλήθος των μαθητών που συμμετείχαν στην εκδρομή, είναι  $v = 50$ .

(Μονάδες 6)

**B3.**

- i. Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τα κενά.
- ii. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα των συχνοτήτων  $v_i$ , καθώς και το αντίστοιχο πολύγωνο συχνοτήτων.

(Μονάδες 7)

**B4.** Πόσοι μαθητές έφαγαν τουλάχιστον ένα παγωτό;

(Μονάδες 5)

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 20 \cdot s \cdot x^2 - 2 \cdot \bar{x} \cdot x + 3$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , όπου  $\bar{x}$ ,  $s$  η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση αντίστοιχα ενός δείγματος  $\nu$  παρατηρήσεων.

**Γ1.** Να βρείτε την παράγωγο  $f'$  της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 4)

Αν ισχύει ότι  $f'(1) = 0$ , τότε:

**Γ2.** Να δείξετε ότι το δείγμα των  $\nu$  παρατηρήσεων είναι ομοιογενές.

(Μονάδες 10)

**Γ3.** Αν επιπλέον ισχύει ότι  $s = 1$ , τότε να βρείτε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  των παρατηρήσεων.

(Μονάδες 4)

**Γ4.** Για  $s = 1$  και  $\bar{x} = 20$  να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

(Μονάδες 7)

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 24x + 2021$ .

**Δ1.** Να μελετήσετε την  $f$  ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

(Μονάδες 6)

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι:  $f(2019) + f(2021) < f(2020) + f(2022)$ .

(Μονάδες 5)

**Δ3.** Να υπολογίσετε το όριο:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x-2) - 2033 - 2x}{x}$ .

(Μονάδες 4)

**Δ4.** Να δείξετε ότι η εφαπτομένη ( $\varepsilon$ ) της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο

$A(1, f(1))$  έχει εξίσωση:  $y = -28x + 2022$ .

(Μονάδες 4)

**Δ5.** Έστω  $M(x, y)$  ένα σημείο το οποίο βρίσκεται πάνω στην εφαπτομένη ( $\varepsilon$ ). Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της απόστασης του σημείου  $M$  από το σημείο  $B(0, 2022)$  ως προς  $x$ , για  $x = 3$ .

(Μονάδες 6)

**ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!**