

**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ' ΕΠΑΛ**

**ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: Αλέξης Δημουλέας**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Σχολικό βιβλίο, σελ. 30.

**A2.** Σχολικό βιβλίο, σελ. 22.

**A3.** α) Λ, β) Λ, γ) Σ, δ) Λ, ε) Λ.

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Δίνεται ότι το 40% των μαθητών δεν έφαγε παγωτό.

Άρα  $f_1\% = 40$ . Όμως  $F_1\% = f_1\%$ , επομένως  $F_1\% = 40$ .

Γνωρίζουμε ότι  $F_1\% = 100F$ , οπότε συμπεραίνουμε ότι:  $F_2 = 0,7$  και  $F_3 = 0,9$ . Επίσης γνωρίζουμε ότι:  $f_k = F_k - F_{k-1}$ , οπότε  $f_3 = F_3 - F_2 = 0,9 - 0,7 = 0,2$ .

**B2.**  $f_3 = \frac{v_3}{v} \Leftrightarrow v = \frac{v_3}{f_3} = \frac{10}{0,2} = 50$ , είναι το πλήθος των μαθητών που συμμετείχαν στην εκδρομή.

**B3.** Είναι  $f_k = F_k - F_{k-1}$ ,  $f_i\% = 100f_i$ ,  $v_i = v \cdot f_i$ ,  $v_1 = N_1$  και  $v_k = N_k - N_{k-1}$  ( $k = 2, 3, 4$ ) οπότε ο πίνακας που δόθηκε συμπληρωμένος είναι ο παρακάτω:

Αριθμός Παγωτών $x_i$	$v_i$	$f_i$	$f_i\%$	$N_i$	$F_i\%$
0	20	0,4	40	10	40
1	15	0,3	30	35	70
2	10	0,2	20	45	90
3	5	0,1	10	50	100
Σύνολο	50	1	100		

**B4.** Λόγω του ερωτήματος (B3) οι μαθητές που έφαγαν ένα τουλάχιστον παγωτό είναι:  $15 + 10 + 5 = 30$ .

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.**  $f'(x) = (20 \cdot s \cdot x^2 - 2 \cdot \bar{x} \cdot x + 3)' = 40 \cdot s \cdot x - 2 \cdot \bar{x}$ .

**Γ2.**  $f'(1) = 0 \Leftrightarrow 40 \cdot s \cdot 1 - 2 \cdot \bar{x} = 0 \Leftrightarrow 40s = 2\bar{x} \Leftrightarrow \frac{s}{x} = \frac{2}{40} = 0,05$

Επομένως  $CV = 0,05 = 5\% < 10\%$ . Άρα το δείγμα των  $n$  παρατηρήσεων είναι ομοιογενές.

**Γ3.** Επομένως για  $s=1$  αφού  $\frac{s}{x} = 0,05$ , έχουμε ότι  $\frac{1}{x} = 0,05$ .

Άρα  $\bar{x} = 20$ .

## ΑΡΕΙΤΟΛΜΟ

**Γ4.** Η συνάρτηση  $f$  έχει τη μορφή  $f(x) = 20x^2 - 40x + 3$  και είναι παραγωγίσιμη με  $f'(x) = (20x^2 - 40x + 3)' = 40x - 40$ .

Έχουμε

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 40x - 40 = 0 \Leftrightarrow 40x = 40 \Leftrightarrow x = 1 \text{ και}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 40x - 40 > 0 \Leftrightarrow 40x > 40 \Leftrightarrow x > 1.$$

Το πρόσημο της  $f'$  και η μονοτονία της συνάρτησης  $f$  φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$f'$	$-$	$0$	$+$
$f$	$\swarrow$		$\nearrow$

Επομένως η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $(-\infty, 1]$  και γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $[1, +\infty)$ , ενώ παρουσιάζει ελάχιστο για  $x=1$  το  $f(1) = -17$ .

### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Έχουμε:  $f'(x) = 6x^2 - 10x - 24$ .

Επομένως:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 10x - 24 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 5x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ ή } x = -\frac{4}{3}$$

Συνεπώς:

$x$	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	$3$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$		T.M.		T.E.	

**Δ2.** Αφού η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $[3, +\infty)$  και  $2019, 2020, 2021, 2022 > 3$  έπεται ότι:

$$f(2019) < f(2020) \quad (1)$$

$$f(2021) < f(2022) \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow f(2019) + f(2021) < f(2020) + f(2022) \quad (3)$$

**Δ3.** Παρατηρούμε ότι:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x-2) - 2033 - 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(-2+x) - f(-2) - 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{f(-2+x) - f(-2)}{x} - 2 \right) = f'(-2) - 2 = 20 - 2 = 18$$

**Δ4.** Η εξίσωση της εφαπτομένης θα έχει τη μορφή:

$$y = \lambda x + \beta$$

όπου  $\lambda = f'(1) = -28$ . Επειδή η εφαπτομένη διέρχεται από το Α, μπορούμε να θέσουμε όπου  $x = 1$  και  $y = f(1) = 1994$  οπότε έχουμε:

$$1994 = -28 \cdot 1 + \beta \Leftrightarrow \beta = 2022.$$

Συνεπώς, η εξίσωση της εφαπτομένης είναι πράγματι:

$$y = -28x + 2022$$

**Δ5.** Το σημείο Μ θα έχει συντεταγμένες  $M(x, -28x+2022)$  εφόσον βρίσκεται την εφαπτομένη (ε). Συνεπώς, η απόστασή του από  $B(0, 2022)$  θα είναι:

$$(MB) = d(x) = \sqrt{(x-0)^2 + (-28x+2022-2022)^2} = \sqrt{785} \cdot |x|$$

Για  $x > 0$  έχουμε:  $d(x) = \sqrt{785} x$

οπότε, για  $x > 0$  είναι:  $d'(x) = \sqrt{785}$

Ειδικότερα,  $d'(3) = \sqrt{785}$ .

**ΑΡΕΙΤΟΛΜΟ**

Δάφνη - Αγ. Δημήτριος