ΣΑΒΒΑΤΟ 15 ΜΑΡΤΙΟΥ 2025

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ
ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΑΔΑΜΑΝΤΙΑΔΟΥ ΑΓΓΕΛΙΚΗ – ΚΑΤΣΙΠΟΥΛΑΚΗ ΙΩΑΝΝΑ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό σελ. 135

Α2. **α)** Λ
β) Λ
γ) Σ
δ) Σ
ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

α. Για να είναι το 1 ρίζα πρέπει : $1^3 - 7\cdot 1 + 6 = 0 \Leftrightarrow 1 - 7 + 6 = 0$, ισχύει.

1	0	- 7	6	ρ=1
	1	1	- 6	
1	1	- 6	0	

β. Είναι $(x^3 - 7x + 6) = (x-1)(x^2 + x - 6)$
Το πηλίκο της διαίρεσης είναι το $x^2 + x - 6$.

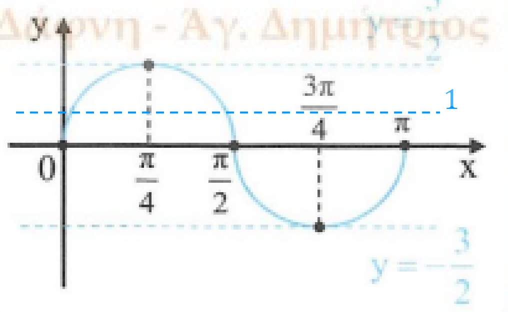
γ. $x^3 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2+x-6) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \ ή \ \ x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow$
$x = 1 \ ή \ (x-2)(x+3) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \ ή \ x = 2 \ ή \ x = -3.$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\mathrm{T} = \frac{2\pi}{\beta} \Leftrightarrow \pi = \frac{2\pi}{\beta} \Leftrightarrow \beta\pi = 2\pi \Leftrightarrow \beta = 2$ και

$$f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \alpha\cdot\eta\mu\left(2\frac{\pi}{12}\right) = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \alpha\cdot\eta\mu\frac{\pi}{6} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\alpha = \frac{3}{4} \Leftrightarrow 2\alpha = 3 \Leftrightarrow \alpha = \frac{3}{2}.$$

Γ2. Η γραφική παράσταση της $f(x) = \frac{3}{2}\eta\mu 2x$ είναι η παρακάτω:



Γ3. Από τη γραφική παράσταση παρατηρούμε ότι τα κοινά σημεία των C_f και $y=1$ είναι δύο.

Γ4. Έχουμε ότι $\frac{3\pi}{12}<\frac{5\pi}{12}<\frac{7\pi}{12}<\frac{9\pi}{12} \Leftrightarrow \frac{\pi}{4}<\frac{5\pi}{12}<\frac{7\pi}{12}<\frac{3\pi}{4}$ και από την γραφική παράσταση της f, παρατηρούμε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $\left[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]$.

Άρα αφού $\frac{5\pi}{12}<\frac{7\pi}{12} \overset{f\downarrow}{\Rightarrow} f\left(\frac{5\pi}{12}\right)>f\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

ΘΕΜΑ Δ

α. i. Είναι $P(0)=2\neq 0$ οπότε το 0 δεν είναι ρίζα του πολυωνύμου.

ii. Ο αριθμός ρ είναι ρίζα του πολυωνύμου, αν και μόνο αν $2\rho^4-5\rho^3+4\rho^2-5\rho+2=0$ (1)

Ο αριθμός $\frac{1}{\rho}$ είναι ρίζα του πολυωνύμου, αν και μόνο αν

$$P\left(\frac{1}{\rho}\right)=0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{1}{\rho}\right)^4-5\left(\frac{1}{\rho}\right)^3+4\left(\frac{1}{\rho}\right)^2-5\frac{1}{\rho}+2=0 \Leftrightarrow$$

$$2\frac{1}{\rho^4}-5\frac{1}{\rho^3}+4\frac{1}{\rho^2}-5\frac{1}{\rho}+2=0 \Leftrightarrow 2\rho^4\frac{1}{\rho^4}-5\rho^4\frac{1}{\rho^3}+4\rho^4\frac{1}{\rho^2}-5\rho^4\frac{1}{\rho}+2\rho^4=0 \Leftrightarrow$$

$2-5\rho+4\rho^2-5\rho^3+2\rho^4=0$ που ισχύει από σχέση (1) .

β. Οι πιθανές ακέραιες ρίζες του πολυωνύμου είναι ±1,±2. Επειδή θέλουμε θετική ρίζα, πιθανές είναι το 1 και το 2.

Είναι : $P(2)=2\cdot 2^4-5\cdot 2^3+4\cdot 2^2-5\cdot 2+2=2\cdot 16-5\cdot 8+4\cdot 4-10+2=$
$32-40+16-8=0$, οπότε ο αριθμός 2 είναι θετική ακέραιη ρίζα του πολυωνύμου.

γ. Με βάση το διπλανό σχήμα Horner, είναι :

2	- 5	4	- 5	2	ρ= 2
	4	- 2	4	- 2	
2	- 1	2	- 1	0	

$P(x)=(x-2)(2x^3-x^2+2x-1) \Leftrightarrow$
$P(x)=(x-2)[x^2(2x-1)+(2x-1)] \Leftrightarrow$
$P(x)=(x-2)(2x-1)(x^2+1)$
Άρα $P(x)=0 \Leftrightarrow x-2=0$ ή $2x-1=0$ ή $x^2+1=0\ (\alpha\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\tau\eta) \Leftrightarrow$
$x=2$ ή $x=\frac{1}{2}$

δ. Με βάση τον παρακάτω πίνακα προσήμων είναι : $P(x)<0 \Leftrightarrow x\in\left(\frac{1}{2},2\right)$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$		2	$+\infty$
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$2x-1$	$-$	0	$+$		$+$
x^2+1	$+$		$+$		$+$
$P(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$