

ΤΑΞΗ: Γ' ΕΠΑΛ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΧΑΡΗΣ ΠΑΛΑΝΤΖΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω x_1, x_2, \dots, x_k οι τιμές μίας μεταβλητής X που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους N , όπου k, N φυσικοί και μη μηδενικοί αριθμοί με $k \leq N$.

α. Τι ονομάζεται απόλυτη συχνότητα v_i της τιμής x_i με $i = 1, 2, \dots, k$;

β. Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i με $i = 1, 2, \dots, k$;

γ. Να αποδείξετε ότι $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$

Μονάδες 3+3+4 = 10

A2. Ποιες μεταβλητές λέγονται ποσοτικές και σε ποιες κατηγορίες διακρίνονται;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις προτάσεις που ακολουθούν ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ).

α. Η μέση τιμή ενός συνόλου παρατηρήσεων δεν επηρεάζεται από όλες τις παρατηρήσεις.

β. Η κεντρική τιμή μιας κλάσης μπορεί να μην είναι ακέραιος αριθμός.

γ. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} , τότε ισχύει ότι:

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g'(x), x \in \mathbb{R}$$

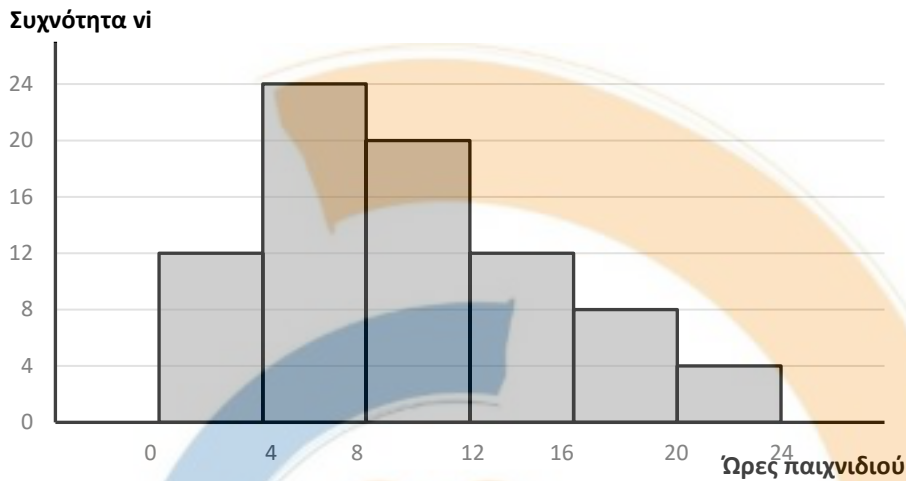
δ. Το διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μίας ποιοτικής μεταβλητής.

ε. Αν για μία συνάρτηση f ισχύουν $f'(x_0) = 0$ για $x_0 \in (\alpha, \beta)$, $f'(x) < 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) > 0$ στο (x_0, β) , τότε η f παρουσιάζει στο διάστημα (α, β) για $x = x_0$ ελάχιστο.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Εξετάσαμε ένα δείγμα N μαθητών ως προς τις ώρες που παίζουν παιχνίδια στον υπολογιστή τους κάθε εβδομάδα. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο ακόλουθο ιστόγραμμα συχνοτήτων.



B1. Να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων (απόλυτων και αθροιστικών), για τα δεδομένα του προβλήματος.

Μονάδες 8

B2. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών που παίζουν περισσότερο από 12 ώρες την εβδομάδα παιχνίδια στον υπολογιστή τους.

Μονάδες 5

B3. Να βρείτε το ποσοστό επί τοις εκατό των μαθητών που παίζουν το πολύ 6 ώρες την εβδομάδα παιχνίδια στον υπολογιστή τους.

Μονάδες 5

B4. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή για τα δεδομένα του προβλήματος.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 7$, $x \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

Μονάδες 6

Γ2. Να δείξετε ότι $-15 \leq f(x) \leq -3$ για κάθε $x \in [-1, 1]$.

Μονάδες 5

Γ3. Να υπολογίσετε το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h}$.

Μονάδες 5

Γ4. i) Να υπολογίσετε τη διάμεσο των παρατηρήσεων $x_1 = f(1)$, $x_2 = f(-1)$, $x_3 = f(0)$, $x_4 = f'(0)$.

ii) Αν εφοδιάσουμε τις παρατηρήσεις x_1, x_2, x_3, x_4 με αντίστοιχους συντελεστές βαρύτητας $w_1 = 1$, $w_2 = 2$, $w_3 = 2$, $w_4 = 1$ τότε να βρείτε το σταθμικό τους μέσο.

Μονάδες 5+4 = 9

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = \sqrt{x^2 - ax + 2}$ όπου a είναι η μέση τιμή των αριθμών $-3, 7, 2, 1, 1, 4$.

Δ1. Να δείξετε ότι $a = 2$.

Μονάδες 5

Δ2. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της με τετμημένη $x_0 = 1$.

Μονάδες 7

Δ3. i) Να δείξετε ότι η απόσταση ενός σημείου $M(x, y)$ της γραφικής παράστασης της f από την αρχή των αξόνων δίνεται από τον τύπο $d(x) = \sqrt{2x^2 - 2x + 2}$, $x \in \mathbb{R}$.

ii) Να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της f το οποίο βρίσκεται πλησιέστερα στην αρχή των αξόνων, καθώς και ποια είναι η απόστασή του από αυτή.

Μονάδες 5+8 = 13



ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

ΑΡΕΙΤΟΛΜΟ

Δάφνη - Αγ. Δημήτριος