ΣΑΒΒΑΤΟ 22 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2025

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ΄ ΕΠΑΛ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΧΑΡΗΣ ΠΑΛΑΝΤΖΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. α. Σχολικό βιβλίο σελίδα 65

β. Σχολικό βιβλίο σελίδα 65

γ. Σχολικό βιβλίο σελίδα 65

Α2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 59

Α3. α. Λ

β. Σ

γ. Λ

δ. Λ

ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Ώρες παιχνιδιού	Κεντρική τιμή x_i	v_i	f_i	$f_i\%$	N_i	F_i	$x_i v_i$
[0,4)	2	12	0,15	15	12	0,15	24
[4,8)	6	24	0,30	30	36	0,45	144
[8,12)	10	20	0,25	25	56	0,70	200
[12,16)	14	12	0,15	15	68	0,85	168
[16,20)	18	8	0,10	10	76	0,95	144
[20,24]	22	4	0,05	5	80	1	88
Σύνολο:		v =80	1	100			768

Β2. Περισσότερο από 12 ώρες την εβδομάδα παίζουν παιχνίδια στον υπολογιστή τους όσοι μαθητές βρίσκονται στις κλάσεις [12,16), [16,20) και [20,24] δηλαδή 12 + 8 + 4 = 24 μαθητές.

Β3. Το πολύ 6 ώρες την εβδομάδα παίζουν παιχνίδια στον υπολογιστή τους όσοι μαθητές βρίσκονται στην κλάση [0,4) και στο διάστημα [4,6) δηλαδή 12 + 12 = 24 μαθητές που αντιστοιχούν στο 30% των μαθητών του δείγματος.

Β4. $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{6} x_i v_i}{v} = \dfrac{768}{80} = 9,6$ ώρες.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 7$ είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = 3x^2 - 4x + 5$.

Το τριώνυμο $3x^2 - 4x + 5$ έχει διακρίνουσα $\Delta = -44 < 0$, επομένως είναι ομόσημο του $\alpha = 3$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, άρα $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ οπότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

Γ2. Έχουμε $-1 \le x \le 1$ και f γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$ επομένως ισχύει $f(-1) \le f(x) \le f(1) \Leftrightarrow -15 \le f(x) \le -3$.

Γ3. $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(h) - f(0)}{h} = f'(0) = 5$.

Γ4. i) Είναι $x_1 = f(1) = -3$, $x_2 = f(-1) = -15$, $x_3 = f(0) = -7$, $x_4 = f'(0) = 5$ και σε αύξουσα σειρά είναι -15, -7, -3, 5 επομένως έχουν διάμεσο $\delta = \dfrac{-7-3}{2} = -5$.

ii) $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{4} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{4} w_i} = \dfrac{-3 \cdot 1 + 2 \cdot (-15) + 2 \cdot (-7) + 1 \cdot (5)}{1+2+2+1} = \dfrac{-42}{6} = -7$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $\alpha = \dfrac{-3+7+2+1+1+4}{6} = \dfrac{12}{6} = 2$.

Δ2. Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$ είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}$.

Έχουμε $f(1) = 1$ και $f'(1) = 0$ επομένως η εφαπτομένη έχει εξίσωση $y = 1$.

Δ3. i) Έστω Μ(x,y) σημείο της γραφικής παράστασης της f. Είναι $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$ και από τον τύπο της απόστασης δύο σημείων έχουμε

$$(\mathrm{OM}) = d(x) = \sqrt{x^2 + \left(\sqrt{x^2 - 2x + 2}\right)^2} = \sqrt{x^2 + x^2 - 2x + 2} = \sqrt{2x^2 - 2x + 2},\ x \in \mathbb{R}.$$

ii) Η συνάρτηση d είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $d'(x)=\dfrac{2x-1}{\sqrt{2x^2-2x+2}}$.

- $d'(x)\geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{2x-1}{\sqrt{2x^2-2x+2}}\geq 0 \Leftrightarrow 2x-1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq \dfrac{1}{2}$

Το πρόσημο της d' καθώς και η μονοτονία της d φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$d'(x)$	$-$	0	$+$
$d(x)$	$\searrow$		$\nearrow$

Η απόσταση ελαχιστοποιείται όταν $x=\dfrac{1}{2}$.

Έχουμε $y=f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ οπότε το σημείο της γραφικής παράστασης της f που βρίσκεται πλησιέστερα στην αρχή των αξόνων είναι το $\mathrm{M}\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)$.

Η απόστασή του από την αρχή των αξόνων είναι $d\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.