

**ΤΑΞΗ: Γ' ΕΠΑΛ**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΑΛΕΞΗΣ ΔΗΜΟΥΛΕΑΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Πότε λέμε ότι μία συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της;  
(Μονάδες 6)

**A2.** Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες σε ένα σύνολο  $A$ , να αποδείξετε ότι:  
 $(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$   
(Μονάδες 7)

**A3.** Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ):  
**α)** Ισχύει  $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$ .  
**β)** Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και ισχύει  $f'(x) > 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$ .  
**γ)** Μία συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία  $\alpha, \beta \in \Delta$  με  $\alpha < \beta$  ισχύει  $f(\alpha) > f(\beta)$   
(Μονάδες 6)

**A4.** Να συμπληρώσετε τις ισότητες:  
**α)**  $(f(g(x)))' = \dots$   
**β)**  $\left(\frac{1}{x}\right)' = \dots$ , με  $x \neq 0$ .  
**γ)**  $(cf)'(x) = \dots$ , όπου  $c \in \mathbb{R}$  και  $f$  παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$ .  
(Μονάδες 6)

# ΑΡΕΙΤΟΛΙΜΟ

Δάφνη - Αγ. Δημήτριος

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = 2x^3 - x^2 + x - 1, x \in \mathbb{R}$$

**B1.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.  
(Μονάδες 10)

**B2.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $g(x) = 6x^2 - 2x + 1, x \in \mathbb{R}$ , στο σημείο της με τετμημένη  $x_0 = 1$ .

(Μονάδες 8)

**B3.** Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - 5}{g'(x) - 10}$ .

(Μονάδες 7)

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = ax^2 - 2x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , όπου  $a$  ένας πραγματικός αριθμός.

**Γ1.** i) Να βρείτε την παράγωγο  $f'$  της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 4)

ii) Αν η εφαπτομένη στη γραφική παράσταση της  $f$  στο σημείο της  $A(1, f(1))$  είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$ , να αποδείξετε ότι  $a = 1$ .

(Μονάδες 5)

Για  $a = 1$ :

**Γ2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

(Μονάδες 9)

**Γ3.** Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{\sqrt{x}-1}$ .

(Μονάδες 7)

### ΘΕΜΑ Δ

Ένα σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα από το έδαφος. Το ύψος του σε μέτρα (m) μετά από  $t$  δευτερόλεπτα (s) από την εκτόξευσή του δίνεται από την συνάρτηση

$$h(t) = 8t - t^2, 0 \leq t \leq 8$$

**Δ1.** Να υπολογίσετε το ύψος του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2$  s.

(Μονάδες 4)

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι η ταχύτητα του σώματος σε χρόνο  $t$  δίνεται από τη συνάρτηση

$$v(t) = 8 - 2t, 0 \leq t \leq 8$$

(Μονάδες 8)

**Δ3.** Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2$  s.

(Μονάδες 4)

**Δ4.** Σε ποια χρονική στιγμή το σώμα φτάνει στο μέγιστο ύψος; Ποιο είναι το μέγιστο ύψος του σώματος;

(Μονάδες 9)

**ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**