

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΜΠΙΑΖΙΝΗ ΜΑΙΡΗ
ΦΟΥΡΤΟΥΝΗ ΜΑΡΙΑΝΝΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού α ;

Μονάδες 5

A2. Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει:

$$|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$$

Μονάδες 10

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα από κάθε μία τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Ισχύει ότι $|-a| < |a|$ για κάθε πραγματικό αριθμό a .

β. Ισχύει ότι $\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a+b}$ για $a, b \geq 0$ και $n \geq 2$ φυσικός.

γ. $d(a, b) = d(b, a)$

δ. $\sqrt[n]{a^n} = a$ για κάθε $a \geq 0$ και $n \geq 2$ φυσικός.

ε. Αν α, β πραγματικοί αριθμοί και $\gamma > 0$ τότε $\alpha < \beta \Leftrightarrow \alpha\gamma < \beta\gamma$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β (Τράπεζα Θεμάτων)

B1. Να αποδείξετε ότι $2 < \sqrt{5}$

Μονάδες 5

B2. Να αποδείξετε ότι $(2 - \sqrt{5})^2 = 9 - 4\sqrt{5}$ και να βρείτε το ανάπτυγμα $(2 + \sqrt{5})^2$

Μονάδες 10

B3. Να αποδείξετε ότι $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + \sqrt{9 + 4\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ (Τράπεζα θεμάτων)

Γ1. Δίνονται οι παραστάσεις $K = 2\alpha^2 + \beta^2$ και $L = 2\alpha\beta$ όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι $K \geq L$ για κάθε τιμή των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 7

β) Για ποιες τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει η ισότητα $K = L$;

Μονάδες 6

Γ2. Αν α, β πραγματικοί αριθμοί με $2 \leq \alpha \leq 4$ και $-4 \leq \beta \leq -3$ να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή καθεμιάς από τις παραστάσεις:

α) $\alpha + 2\beta$

β) $\alpha - \beta$

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η παράσταση $B = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ και οι πραγματικοί αριθμοί x, y για τους οποίους ισχύει: $d(x, B) \leq 1$ και $4 \geq y \geq 2$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι $B = 2$.

Μονάδες 6

Για $B=2$:

Δ2. Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά την σχέση $d(x, B) \leq 1$ και να αποδείξετε ότι $1 \leq x \leq 3$.

Μονάδες 6

Δ3. Να δείξετε ότι $A = \sqrt[4]{(x-1)^4} - \sqrt{y^2 - 8y + 16} = x + y - 5$

Μονάδες 7

Δ4. Να αποδείξετε ότι $|A| \leq 2$.

Μονάδες 6

ΑΡΕΙΤΟΛΜΟ

Δάφνη - Αγ. Δημήτριος

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!