

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΠΗΛΙΟΥΡΑΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ
ΦΟΥΡΤΟΥΝΗ ΜΑΡΙΑΝΝΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της και πότε παρουσιάζει σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της ολικό ελάχιστο;

Μονάδες (4+4)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας δίπλα από κάθε μία τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν η συνάρτηση f είναι άρτια τότε η συνάρτηση $-f$ είναι περιττή.

β. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} τότε $-f(2024) > -f(2025)$.

γ. Αν η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} και ισχύει: $f(-2024) < f(2024)$ τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

δ. Για οποιαδήποτε συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ αν ισχύει: $f(x) \leq 5$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ τότε η f έχει ολικό μέγιστο το 5.

ε. Ισχύει $\sin(3\pi - \theta) = \sin\theta$.

Μονάδες 10

A3. Να αποδείξετε ότι για κάθε γωνία ω ισχύει: $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Β (Τράπεζα Θεμάτων)

Στον τριγωνομετρικό κύκλο του σχήματος θεωρούμε το

σημείο $M(x, \frac{1}{2})$ και τη γωνία θ , με

$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ η οποία έχει αρχική πλευρά την OA και τελική την OM .

B1. Να αιτιολογήσετε γιατί $\eta\mu\theta = \frac{1}{2}$.

Μονάδες 6

B2. Να βρείτε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .

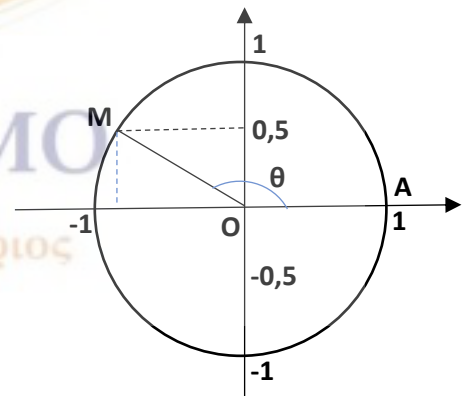
Μονάδες 9

B3. Να βρείτε τη γωνία θ .

Μονάδες 5

B4. Να βρείτε το $\eta\mu(\frac{9\pi}{2} - \theta)$ και το $\sigma\upsilon\nu(7\pi + \theta)$.

Μονάδες 5



ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \alpha\sqrt{x-1} + \frac{\beta}{x}$, η οποία διέρχεται από τα σημεία $A(5, -\frac{9}{5})$ και $B(10, -\frac{29}{10})$.

Γ1. Να υπολογίσετε τα α και β .

Μονάδες 6

Για τα επόμενα ερωτήματα να θεωρήσετε ότι: $f(x) = -\sqrt{x-1} + \frac{1}{x}$

Γ2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και στη συνέχεια να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 7

Γ3. Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f(3)$ και $f(\pi)$.

Μονάδες 6

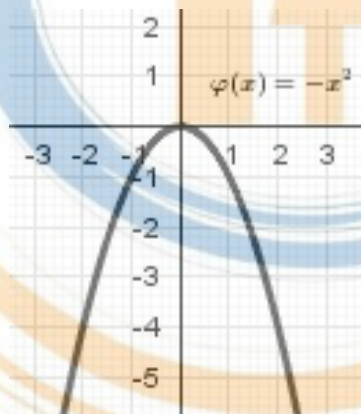
Γ4. Να λύσετε την ανίσωση: $-2\sqrt{x-1} + \frac{2}{x} \geq -1$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ (Τράπεζα θεμάτων)

Δίνονται οι συναρτήσεις $\varphi(x) = -x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = -x^2 + 2x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι $f(x) = -(x-1)^2 + 2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ , που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f .



Μονάδες 7

Δ2. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f να βρείτε:

- i. Τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη.
- ii. Το ολικό ακρότατο της f καθώς και τη θέση του.
- iii. Το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x) = \kappa$, $\kappa < 2$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες (6+6+6)

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!