ΣΑΒΒΑΤΟ 20 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2024

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΣΤΑΘΗΣ ΗΛΙΟΠΟΥΛΟΣ

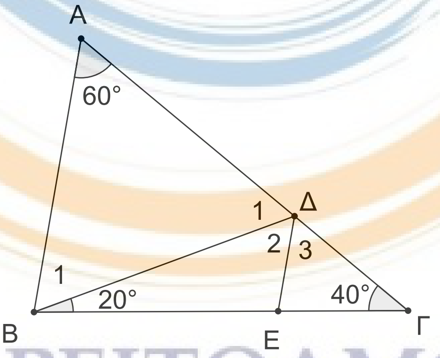
ΘΕΜΑ Α

1. Σχολικό βιβλίο σελίδες 51-52
2. α-Λ, β-Σ, γ-Σ
3. α) Ισαπέχει….. άκρα
β) τετράγωνο.

ΘΕΜΑ Β

α) Η γωνία $\hat{\Delta}_1$ είναι εξωτερική του τριγώνου ΒΓΔ, άρα ισούται με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών, δηλαδή $\hat{\Delta}_1 = \Gamma\hat{B}\Delta + \hat{\Gamma} = 20^o + 40^o = 60^o$.

Από την υπόθεση και το ερώτημα α) έχουμε ότι οι γωνίες $\hat{A}, \hat{\Delta}_1$ του τριγώνου ΑΒΔ είναι 60^o. Αυτό σημαίνει ότι και η τρίτη γωνία $\hat{B}_1$ θα είναι 60^o, οπότε το τρίγωνο ΑΒΔ είναι ισόπλευρο.



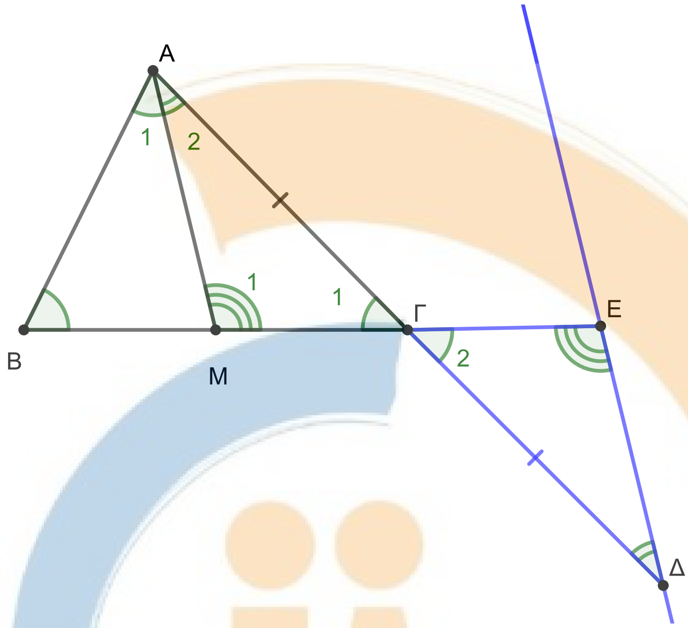
β) i. Είναι $\hat{B}_1 = \hat{\Delta}_2$ ως εντός εναλλάξ γωνίες των παραλλήλων ΑΒ, ΔΕ με τέμνουσα την ΒΔ. Όμως από το ερώτημα α) είναι $\hat{B}_1 = 60^o$, άρα $\hat{\Delta}_2 = 60^o$ ή $B\hat{\Delta}E = 60^o$.

ii. Είναι $\hat{A} = \hat{\Delta}_3$ ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες των παραλλήλων ΑΒ, ΔΕ με τέμνουσα την ΑΓ. Όμως $\hat{A} = 60^o$, άρα $\hat{\Delta}_3 = 60^o$.

Αφού $\hat{\Delta}_2 = \hat{\Delta}_3 = 60^o$, η ΔΕ είναι διχοτόμος της γωνίας $B\hat{\Delta}\Gamma$.

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και η διάμεσος ΑΜ. Προεκτείνουμε την ΑΓ κατά ΓΔ = ΑΓ. Φέρουμε από το Δ παράλληλη στην ΑΜ που τέμνει την προέκταση της ΒΓ στο Ε.



α) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΜΓ και ΔΕΓ. Αυτά έχουν:

ΑΓ = ΓΔ, από υπόθεση,

$\widehat{\Gamma}_1=\widehat{\Gamma}_2$, ως κατακορυφήν,

$\widehat{A}_2=\widehat{\Delta}$, ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΜ και ΔΕ που τέμνονται από την ΑΔ.

Είναι ίσα, επειδή έχουν μία πλευρά ίση και τις προσκείμενες σε αυτήν γωνίες αντίστοιχα ίσες. Έτσι ΜΓ = ΓΕ γιατί είναι απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{A}_2$ και $\widehat{\Delta}$.

β) Αφού ΑΓ = ΓΔ και ΜΓ = ΓΕ, το τετράπλευρο ΑΜΔΕ είναι παραλληλόγραμμο επειδή οι διαγώνιοι του διχοτομούνται στο Γ.

γ) Στο τρίγωνο ΑΜΒ, η εξωτερική γωνία $\widehat{M}_1=\widehat{B}+B\widehat{A}M$. (2)

$\widehat{M}_1$ = $\Gamma\widehat{E}\Delta$ (3) επειδή είναι εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΜ και ΔΕ που τέμνονται από την ΜΕ.

Από τις σχέσεις (2), (3) προκύπτει ότι $\Gamma\widehat{E}\Delta=\widehat{B}+B\widehat{A}M$.

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

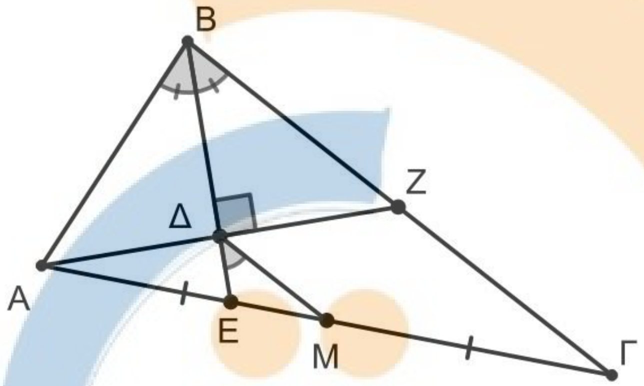
α) Στο τρίγωνο ΑΒΖ το ΒΔ είναι ύψος και διχοτόμος, οπότε είναι ισοσκελές με βάση την ΑΖ.

β) Από το α) η διχοτόμος ΒΔ είναι και διάμεσος, άρα το Δ είναι μέσο της ΑΖ.

Στο τρίγωνο ΑΖΓ το ΔΜ ενώνει τα μέσα Δ και Μ των πλευρών ΑΖ και ΑΓ αντίστοιχα οπότε:

ΔΜ // ΖΓ ή ΔΜ // ΒΓ.

Επίσης ισχύει ότι: ΔΜ = $\frac{ΖΓ}{2} = \frac{ΒΓ-ΒΖ}{2}$ όμως ΒΖ = ΑΒ από το (α) ερώτημα, άρα ΔΜ = $\frac{ΒΓ-ΑΒ}{2}$



γ) Είναι $Ε\widehat{Δ}Μ = Ε\widehat{Β}Γ = \frac{\widehat{Β}}{2}$ ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες των παραλλήλων ΔΜ, ΒΓ που τέμνονται από την ΒΕ.