

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝ.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: ΠΑΝΤΕΛΗΣ ΑΝΔΡΕΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου $C: x^2 + y^2 = \rho^2$ σε ένα σημείο του $A(x_A, y_A)$, έχει εξίσωση $x_A x + y_A y = \rho^2$.

(Μονάδες 10)

A2. Απαντήστε με Σωστό η Λάθος στις παρακάτω προτάσεις:

α) Η έλλειψη με εξίσωση $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$, έχει εστίες $E'(0, -4)$ και $E(0, 4)$.

β) Η εξίσωση $x^2 + y^2 = \lambda$ παριστάνει κύκλο για κάθε πραγματικό αριθμό λ .

γ) Ο κύκλος με εξίσωση $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$, εφάπτεται στον άξονα $y'y$.

δ) Η παραβολή με εξίσωση $y^2 = 4x$ έχει εστία το σημείο $E(1, 0)$

ε) Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\alpha} = (A, B)$.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ Β (ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ)

Σε καρτεσιανό επίπεδο Oxy δίνεται η παραβολή με εξίσωση $x^2 = 12y$.

α) Να αποδείξετε ότι η εστία της παραβολής είναι το σημείο $E(0, 3)$ και να βρείτε τα σημεία της παραβολής που έχουν τεταγμένη 3.

(Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι εφαπτομένες (ϵ_1) και (ϵ_2) της παραβολής στα σημεία $A(6, 3)$ και $B(-6, 3)$, αντίστοιχα, έχουν εξισώσεις $y = x - 3$ και $y = -x - 3$.

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε το σημείο τομής των (ϵ_1) και (ϵ_2) .

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $(2\lambda + 1)x - (\lambda - 2)y + \lambda - 7 = 0$ (E) με $\lambda \in R$ και η ευθεία (ζ) με εξίσωση: $6x - 8y + 3 = 0$.

α) Να αποδείξετε ότι για κάθε $\lambda \in R$ η εξίσωση (E) παριστάνει ευθεία.

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την εξίσωση (E), για τα διάφορα $\lambda \in R$, διέρχονται από το ίδιο σημείο M, του οποίου να βρείτε τις συντεταγμένες.

(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο το σημείο M(1,3) ο οποίος εφάπτεται στην ευθεία (ζ).

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Δ (ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ)

Δίνεται ο κύκλος $C : (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$ και η ευθεία $\varepsilon : 2x + y + 5 = 0$.

α) Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου C.

(Μονάδες 6)

β) Να δείξετε ότι ο κύκλος C και η ευθεία (ε) δεν έχουν κοινά σημεία.

(Μονάδες 6)

γ) Να δείξετε ότι υπάρχουν δύο ευθείες $(\eta_1), (\eta_2)$ που είναι παράλληλες στην ευθεία (ε) και εφάπτονται του κύκλου C και να βρείτε τις εξισώσεις τους.

(Μονάδες 7)

δ) Να βρείτε τη μεσοπαράλληλη των ευθειών $(\eta_1), (\eta_2)$.

(Μονάδες 6)

ΑΡΕΙΤΟΛΜΟ

Δάφνη - Αγ. Δημήτριος

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!