

ΤΑΞΗ: Γ' ΕΠΑΛ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΧΑΡΗΣ ΠΑΛΑΝΤΖΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου δ ενός δείγματος ν παρατηρήσεων.

(Μονάδες 6)

A2. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης $f(x) = x$ είναι $f'(x) = x' = 1$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 7)

A3. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ):

α) Η διάμεσος ενός συνόλου παρατηρήσεων επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές του.

β) Αν για τις τιμές x_1, x_2, \dots, x_ν έχουμε αντίστοιχους συντελεστές στάθμισης w_1, w_2, \dots, w_ν ,

τότε ο σταθμικός τους μέσος δίνεται από τον τύπο $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{\nu} x_i w_i}{\sum_{i=1}^{\nu} w_i}$.

γ) Αν y_1, y_2, \dots, y_ν είναι οι παρατηρήσεις που προκύπτουν αν προσθέσουμε σε κάθε μία από τις x_1, x_2, \dots, x_ν μία σταθερά c , τότε $\bar{y} = \bar{x} + c$.

(Μονάδες 6)

A4. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

α) $(\sqrt{2})' = \dots\dots\dots$

β) $(f(x) \cdot g(x))' = \dots\dots\dots$, αν f, g παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} .

γ) $\left(\frac{1}{x}\right)' = \dots\dots\dots$, αν $x \neq 0$.

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = \frac{x^2 + 6x}{3}$.

B1. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της f , ως προς x , όταν $x = 3$.

(Μονάδες 6)

B2. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της με τετμημένη $x = 3$.

(Μονάδες 6)

B3. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

(Μονάδες 7)

B4. Να υπολογίσετε τη διάμεσο των τιμών:

$$t_1 = f'(-2), t_2 = f'(1), t_3 = f'(2), t_4 = f'(3), t_5 = f(1), t_6 = f(2).$$

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Γ

Εξετάσαμε ένα δείγμα N μαθητών ως προς τις ώρες που αθλούνται την εβδομάδα και προέκυψαν τα αποτελέσματα του παρακάτω πίνακα. Επίσης, ένας μαθητής κατά μέσο όρο αθλείται 4 ώρες την εβδομάδα.

Ώρες άθλησης	Συχνότητα v_i	Σχετική Συχνότητα f_i
[0,2)	v_1	
[2,4)	40	0,4
[4,6)	25	
[6,8)	v_4	
Σύνολο		

Γ1. Να αποδείξετε ότι $v_1 = 15$ και $v_4 = 20$.

(Μονάδες 7)

Γ2. Να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2 της μεταβλητής.

(Μονάδες 7)

Γ3. Να εξετάσετε εάν το δείγμα είναι ομοιογενές.

(Μονάδες 6)

Γ4. Να βρείτε το ποσοστό % των μαθητών που αθλούνται τουλάχιστον 3 ώρες την εβδομάδα.

(Μονάδες 5)

(Δίνεται ότι $\sqrt{380} = 19,49$)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = \alpha\sqrt{x^2 - x + 1}$ όπου $\alpha \in \mathbb{R}$ σταθερά και η

$$\text{συνεχής συνάρτηση } g(x) = \begin{cases} a, & x = 1 \\ \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}, & x \in [0,1) \cup (1,+\infty) \end{cases}.$$

Δ1. Να αποδείξετε ότι $a = 2$.

(Μονάδες 6)

Δ2. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της f .

(Μονάδες 7)

Δ3. Να δείξετε ότι $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) + f(h) - (f(1) + f(0))}{h} = 0$.

(Μονάδες 6)

Δ4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζεται από την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $M(0, 2)$ και τους άξονες x 'ς και y 'ς.

(Μονάδες 6)

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

ΑΡΕΙΤΟΛΜΟ

Δάφνη - Αγ. Δημήτριος