

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: ΔΗΜΟΥΛΕΑΣ ΑΛΕΞΗΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. i. Δίνεται ένα τριώνυμο $ax^2 + bx + \gamma$, με $a \neq 0$, να γράψετε τους τύπους του Vieta.

(7 μονάδες)

ii. Να αποδείξετε τους παραπάνω τύπους του Vieta.

(8 μονάδες)

B. Ελέγξτε αν καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι **σωστή** ή **λάθος**.

α) Αν $x^2 + y^2 = 0$ τότε $x = 0$ ή $y = 0$.

β) Αν $\Delta < 0$, τότε για κάθε πραγματικό αριθμό x, η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, όπου $a \neq 0$, είναι αδύνατη.

γ) Ισχύει η σχέση $|x| < \rho \Leftrightarrow x > \rho$ ή $x < -\rho$, για $\rho > 0$

δ) Μια εξίσωση 2^{ου} βαθμού μπορεί να έχει και άπειρες λύσεις.

ε) Αν για την εξίσωση $Ax = B$ έχουμε ότι $A \neq 0$, τότε θα έχει μοναδική λύση.

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο (Τράπεζα Θεμάτων)

B1. Να λύσετε την ανίσωση $|x-1| \geq 5$.

(Μονάδες 8)

B2. Να βρείτε τους αριθμούς x που απέχουν από το 5 απόσταση μικρότερη του 3.

(Μονάδες 9)

B3. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των **B1** και **B2**.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η εξίσωση $(|α - 1| - 3)x = α + 2$ (1), με παράμετρο $α ∈ ℝ$.

Γ1. Να λύσετε την παραπάνω εξίσωση για $α = 0$ και $α = 5$.

(Μονάδες 8)

Γ2. i. Να βρείτε για ποιες τιμές του $α$ ισχύει $|α - 1| = 3$.

(Μονάδες 8)

ii. Να λύσετε την εξίσωση (1) για τις τιμές του $α$ που βρήκατε στο ερώτημα

Γ2.(i).

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 4^ο (Τρόπεζα Θεμάτων)

Μια υπολογιστική μηχανή έχει προγραμματιστεί έτσι ώστε, όταν εισάγεται σε αυτήν ένας πραγματικός αριθμός x , να δίνει ως εξαγόμενο τον αριθμό $λ$ που προκύπτει από τη σχέση:

$$λ = (2x + 5)^2 - 8x \quad (1)$$

Δ1. Αν ο εισαγόμενος αριθμός x είναι ο -5 , ποιος είναι ο εξαγόμενος αριθμός $λ$;

(Μονάδες 4)

Δ2. Αν ο εξαγόμενος αριθμός $λ$ είναι ο 20 , ποιος είναι ο εισαγόμενος αριθμός x ;

(Μονάδες 6)

Δ3. i. Να δείξετε ότι η σχέση (1) μπορεί ισοδύναμα να γραφεί στη μορφή:

$$4x^2 + 12x + (25 - λ) = 0.$$

(Μονάδες 2)

ii. Να αποδείξετε ότι οποιαδήποτε τιμή και να έχει ο εισαγόμενος αριθμός x , ο εξαγόμενος αριθμός $λ$ δεν μπορεί να είναι ίσος με 5 .

(Μονάδες 6)

iii. Να προσδιορίσετε τις δυνατές τιμές που μπορεί να έχει ο εξαγόμενος αριθμός $λ$.

(Μονάδες 7)