ΣΑΒΒΑΤΟ 2 ΜΑΡΤΙΟΥ 2024

**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ:** ΔΗΜΟΥΛΕΑΣ ΑΛΕΞΗΣ

## ΘΕΜΑ 1ο

**Α.** Σχολικό βιβλίο σελ.90

**Β.** α) Λ  β) Σ  γ) Λ  δ) Λ  ε) Σ

## ΘΕΜΑ 2ο *(Τράπεζα Θεμάτων)*

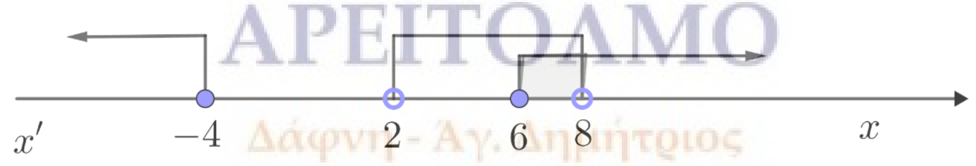
**Β1.** Είναι:

$$\begin{aligned} &|x-1|\geq 5 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x-1\leq -5 \text{ ή } x-1\geq 5)\Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x\leq -4 \text{ ή } x\geq 6)\Leftrightarrow x\in(-\infty,-4]\cup[6,+\infty) \end{aligned}$$

**Β2.** Ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} &d(x,5)<3\Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow |x-5|<3\Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow -3<x-5<3\Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow -3+5<x-5+5<3+5\Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2<x<8\Leftrightarrow x\in(2,8) \end{aligned}$$

**Β3.** Παριστάνουμε τις λύσεις των ανισώσεων στον ίδιο άξονα αριθμών:




Όπως φαίνεται από το σχήμα, οι κοινές λύσεις των δύο ανισώσεων είναι:

$$6\leq x<8\Leftrightarrow x\in[6,8)$$

**ΘΕΜΑ 3ο**

**Γ1.** Για $\alpha = 0$ η εξίσωση γίνεται:

$$(|0-1|-3)\cdot x = 0+2 \Leftrightarrow (1-3)\cdot x = 2 \Leftrightarrow -2x = 2 \Leftrightarrow x = -1.$$

Για $\alpha = 5$ η εξίσωση γίνεται:

$$(|5-1|-3)\cdot x = 5+2 \Leftrightarrow (4-3)\cdot x = 7 \Leftrightarrow x = 7.$$

**Γ2.** i. Είναι $|\alpha-1| = 3 \Leftrightarrow \{\alpha-1 = 3 \text{ ή } \alpha-1 = -3\} \Leftrightarrow \{\alpha = 4 \text{ ή } \alpha = -2\}$.

ii. Για $\alpha = 4$ η εξίσωση γίνεται:

$$(|4-1|-3)\cdot x = 4+2 \Leftrightarrow 0\cdot x = 6\ ,$$

που είναι αδύνατη.

Για $\alpha = -2$ η εξίσωση γίνεται:

$$(|-2-1|-3)\cdot x = -2+2 \Leftrightarrow 0\cdot x = 0,$$

που είναι ταυτότητα.

**ΘΕΜΑ 4ο***(Τράπεζα Θεμάτων)*

**Δ1.** Αντικαθιστούμε στην δοθείσα ισότητα $x = -5$ και βρίσκουμε:

$$\lambda = (2\cdot(-5)+5)^2 - 8\cdot(-5) =$$
$$= (-10+5)^2 + 40 = (-5)^2 + 40 =$$
$$= 25 + 40 = 65.$$

**Δ2.** Αντικαθιστούμε στην δοθείσα ισότητα $\lambda = 20$ και έχουμε:

$$20 = (2x+5)^2 - 8x$$

ή ισοδύναμα

$$20 = 4x^2 + 20x + 25 - 8x$$

και τελικά

$$4x^2 + 12x + 5 = 0.$$

Το τριώνυμο $4x^2 + 12x + 5$ έχει διακρίνουσα:

$$\Delta = 12^2 - 4\cdot4\cdot5 = 144 - 80 = 64 > 0$$

και ρίζες:

$$x_{1,2} = \frac{-12\pm\sqrt{64}}{2\cdot4} = \frac{-12\pm8}{8} = \begin{cases} \dfrac{-12+8}{8} = -\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{-12-8}{6} = -\dfrac{5}{2} \end{cases}.$$

**Δ3.** i. Η σχέση (1) ισοδύναμα γράφεται:

$$\lambda = (2x+5)^2 - 8x \Leftrightarrow \lambda = 4x^2 + 20x + 25 - 8x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 12x + (25 - \lambda) = 0 \qquad (2)$$

ii. Για να μπορεί ο εξαγόμενος αριθμός $\lambda$ να είναι 5, με βάση τη σχέση (2) θα πρέπει να υπάρχει $x$ τέτοιος ώστε:

$$4x^2 + 12x + (25 - 5) = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 4x^2 + 12x + 20 = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 3x + 5 = 0.$$

Το τριώνυμο $x^2 + 3x + 5$ έχει διακρίνουσα $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 9 - 20 = -11 < 0$. Άρα, η τελευταία εξίσωση είναι αδύνατη. Οπότε, για καμία τιμή του $x$ δεν μπορεί ο εξαγόμενος αριθμός $\lambda$ να είναι 5.

iii. Οι δυνατές τιμές που μπορεί να έχει ο αριθμός $\lambda$, είναι αυτές για τις οποίες η εξίσωση (2) έχει πραγματικές ρίζες. Αυτό ισχύει αν και μόνο αν $\Delta \geq 0$ όπου $\Delta$ η διακρίνουσα του τριωνύμου $4x^2 + 12x + (25 - \lambda)$. Οπότε, ισοδύναμα έχουμε ότι:

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 12^2 - 4 \cdot 4 \cdot (25 - \lambda) \geq 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 144 - 400 + 16\lambda \geq 0 \Leftrightarrow$$
$$16\lambda \geq 256 \Leftrightarrow \lambda \geq 16.$$