

**ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ**

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΙΩΑΝΝΑ ΚΑΤΣΙΠΟΥΛΑΚΗ

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου  $P(x)$  με το  $x - \rho$  είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για  $x = \rho$ . Είναι δηλαδή  $v = P(\rho)$ .

**Μονάδες 10**

**Α2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας δίπλα από κάθε μία τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α)** Ο βαθμός ενός σταθερού πολυωνύμου δεν ορίζεται.
- β)** Ισχύει η ισοδυναμία  $\sin x = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .
- γ)** Ένα  $2 \times 2$  γραμμικό σύστημα μπορεί να έχει ακριβώς δύο λύσεις διαφορετικές μεταξύ τους.
- δ)** Η γραφική παράσταση κάθε περιττής συνάρτησης έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων.
- ε)** Ένα πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x - \rho$  αν και μόνο αν  $P(\rho) = 0$ .

**Μονάδες 15**

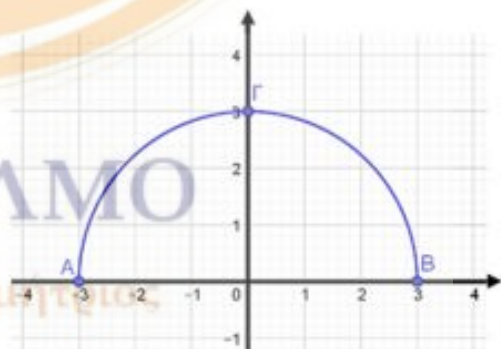
**ΘΕΜΑ Β (Τράπεζα θεμάτων)**

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f(x)$ .

- α)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .  
**Μονάδες 6**
- β)** Να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή.  
**Μονάδες 9**

**γ)** Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα ακρότατα της  $f$  και τις θέσεις των ακροτάτων.

**Μονάδες 10**



### ΘΕΜΑ Γ

Έστω συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το διάστημα  $[0,4\pi]$  και τύπο  $f(x) = 8\alpha \sin x$  για κάθε  $x \in [0,4\pi]$ , όπου  $\alpha$  θετικός πραγματικός αριθμός.

Αν η συνάρτηση  $f$  έχει μέγιστη τιμή ίση με 4, τότε:

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι  $\alpha = \frac{1}{2}$ .

Μονάδες 5

Για  $\alpha = \frac{1}{2}$ :

**Γ2.** Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση  $f$ .

Μονάδες 10

**Γ3.** Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  με την ευθεία  $y=2$ .

Μονάδες 10

### ΘΕΜΑ Δ (Τράπεζα θεμάτων)

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^5 - 4x^3 - x^2 + \alpha x + \beta$  το οποίο διαιρούμενο με το  $x^2 - 4$  δίνει υπόλοιπο  $4x + 1$ .

**α)** Να κάνετε τη διαίρεση  $P(x) : (x^2 - 4)$

Μονάδες 7

**β)** Να βρείτε τις τιμές των  $\alpha$  και  $\beta$ .

Μονάδες 7

**γ)** Έστω  $\alpha = 4$  και  $\beta = 5$ . Αν το πηλίκο της διαίρεσης  $P(x) : (x^2 - 4)$  είναι το  $\pi(x) = x^3 - 1$ , τότε:

**i.** να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης  $P(x) : (x^2 - 4)$ .

Μονάδες 4

**ii.** να λύσετε την ανίσωση  $P(x) < 4x + 1$

Μονάδες 7

ΑΡΕΙΤΟΛΑΜΟ  
Σας ευχόμαστε επιτυχία!!

Δάφνη - Αγ. Δημήτριος