ΣΑΒΒΑΤΟ 10 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2024

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ΄ ΕΠΑΛ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΧΑΡΗΣ ΠΑΛΑΝΤΖΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 16

Α2. α. Σχολικό βιβλίο σελίδα 65 **β.** Σχολικό βιβλίο σελίδα 65 **γ.** Σχολικό βιβλίο σελίδα 65

Α3. α. Λ **β.** Λ **γ.** Σ **δ.** Σ **ε.** Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ο ζητούμενος πίνακας είναι ο ακόλουθος:

Λίτρα νερού	Πλήθος οικογενειών ν_i	f_i	$f_i\%$	N_i	F_i	$F_i\%$
[20,60)	2	0,04	4	2	0,04	4
[60,100)	5	0,10	10	7	0,14	14
[100,140)	15	0,30	30	22	0,44	44
[140,180)	20	0,40	40	42	0,84	84
[180,220)	8	0,16	16	50	1	100
Σύνολο	50	1	100			

Β2. i) Λιγότερα από 100 λίτρα νερού ημερησίως καταναλώνει το 14% των οικογενειών.
ii) Από 100 έως 180 λίτρα νερού ημερησίως καταναλώνει το 70% των οικογενειών.

Β3. Στην κλάση [180,220) ανήκουν 8 οικογένειες οι οποίες θεωρούμε ότι κατανέμονται ομοιόμορφα σε αυτήν. Τότε στο διάστημα [200,220) ανήκουν 4 οικογένειες οι οποίες και θεωρούνται «σπάταλες».

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Επειδή $\mathrm{AB} = x$ m, ως μήκος πλευράς πρέπει $x > 0$.

$$\mathrm{E} = 16 \Leftrightarrow \mathrm{AB}\cdot\mathrm{B\Gamma} = 16 \Leftrightarrow \mathrm{B\Gamma} = \frac{16}{\mathrm{AB}} \Leftrightarrow \mathrm{B\Gamma} = \frac{16}{x},\ x > 0.$$

Γ2. $f(x) = 2\mathrm{AB} + 2\mathrm{B\Gamma} = 2x + 2\cdot\frac{16}{x} = 2x + \frac{32}{x},\ x > 0$.

Γ3. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $(0,+\infty)$ με $f'(x) = 2 - \frac{32}{x^2} = \frac{2x^2 - 32}{x^2}$.

- $f'(x)\geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{2x^2-32}{x^2}\geq 0 \Leftrightarrow x^2\left(2x^2-32\right)\geq 0 \overset{x>0}{\Leftrightarrow} 2x^2-32\geq 0 \Leftrightarrow x^2\geq 16 \overset{x>0}{\Leftrightarrow} x\geq 4$

Το πρόσημο της f' καθώς και η μονοτονία της f φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

x	0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Η περίμετρος ελαχιστοποιείται όταν $x=4$. Η ελάχιστη περίμετρος είναι $f(4)=16$ m.

Γ4. Όταν $x=4$ έχουμε πλευρές $\mathrm{AB}=4$ m και $\mathrm{B\Gamma}=\dfrac{16}{4}=4$ m, συνεπώς το ορθογώνιο είναι τετράγωνο.

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1. Για την παράμετρο κ έχουμε

$$\kappa=\lim_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{\sqrt{x-1}-1}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-1)(x-2)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-1)(x-2)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=$$

$$=\lim_{x\to 2}\left[(x-1)\left(\sqrt{x-1}+1\right)\right]=1\cdot 2=2.$$

Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x)=x^2+2\lambda x-2$. Ισχύει ότι

$$f'(-1)=0\Leftrightarrow 1+2\lambda-2=0\Leftrightarrow 2\lambda=1\Leftrightarrow \lambda=\frac{1}{2}.$$

Δ2. Για $\kappa=2$ και $\lambda=\dfrac{1}{2}$ έχουμε $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2-2x+1$ και $f'(x)=x^2+x-2$.

- $f'(x)\geq 0\Leftrightarrow x^2+x-2\geq 0\Leftrightarrow (x+2)(x-1)\geq 0\Leftrightarrow x\in(-\infty,-2]\cup[1,+\infty)$

Το πρόσημο της f' καθώς και η μονοτονία της f φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty,-2]$ και $[1,+\infty)$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-2,1]$.

Παρουσιάζει στη θέση $x=-2$ τοπικό μέγιστο το $f(-2)=\dfrac{13}{3}$ και στη θέση $x=1$ τοπικό ελάχιστο το $f(1)=-\dfrac{1}{6}$.

Δ3. $\alpha = f\left(-2\right) = \frac{13}{3}$ ως το τοπικό μέγιστο της f και $\beta = 1$ ως η θέση του τοπικού ελαχίστου της f. Άρα $3\alpha = 13$ και $\frac{\beta}{10} = 0{,}10$, οπότε ο πίνακας συμπληρωμένος είναι:

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
1	2	0,10	2	0,10
2	5	0,25	7	0,35
3	6	0,30	13	0,65
4	7	0,35	20	1
Σύνολο:	20	1		

Δ4.