ΣΑΒΒΑΤΟ 20 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2024

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΠΑΝΤΕΛΗΣ ΑΝΔΡΕΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Η απόδειξη βρίσκεται στο σχολικό βιβλίο σελίδα 88.
Α2. α) Σ   β) Λ   γ) Λ   δ) Λ   ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

α) Είναι $A\hat{E}Z = \hat{B}$ (1) ως γωνίες εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΕΖ και ΒΓ που τις τέμνει η ΑΒ.

Επίσης είναι $A\hat{Z}E = \hat{\Gamma}$ (2) ως γωνίες εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΕΖ και ΒΓ που τις τέμνει η ΑΓ.

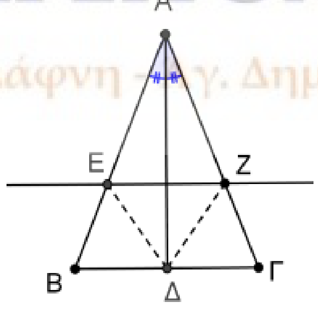
Όμως είναι $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ (3) ως γωνίες της βάσης ΒΓ στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ.

Από τις (1), (2) και (3) προκύπτει ότι $A\hat{E}Z = A\hat{Z}E$, οπότε το τρίγωνο ΑΕΖ είναι ισοσκελές με βάση την ΕΖ.

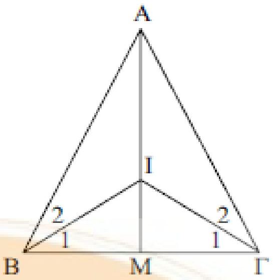
β) Τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΑΖΔ έχουν:

- ΑΔ κοινή πλευρά
- $E\hat{A}\Delta = Z\hat{A}\Delta$, διότι η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$.
- ΑΕ = ΑΖ, διότι ΑΕΖ ισοσκελές τρίγωνο από το α) ερώτημα.

Άρα τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΑΖΔ είναι ίσα, γιατί έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες (κριτήριο ΠΓΠ).



ΘΕΜΑ Γ



α) i) Είναι $\hat{B}_1 = \dfrac{\hat{B}}{2} = \dfrac{\hat{\Gamma}}{2} = \hat{\Gamma}_1$,

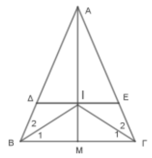
οπότε το τρίγωνο $B\hat{I}\Gamma$ είναι ισοσκελές.

ii) Τα τρίγωνα $A\hat{I}B$ και $A\hat{I}\Gamma$ είναι ίσα (Π-Π-Π),

αφού έχουν $BI = \Gamma I$, $AB = A\Gamma$ και $\hat{B}_2 = \hat{\Gamma}_2$

$(\hat{B}_2 = \hat{B} - \hat{B}_1 = \hat{\Gamma} - \hat{\Gamma}_1 = \hat{\Gamma}_2)$.

β) Φέρνουμε από το Ι ευθεία παράλληλη στην ΒΓ που τέμνει τις ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα. Επειδή $B = \Delta$ (εντός εκτός και επί τα αυτά) και $\Gamma = E$ (εντός εκτός και επί τα αυτά) και $B = \Gamma$ θα ισχύει ότι $\Delta = E$, οπότε το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές. Από προηγούμενο ερώτημα ισχύει $\Delta AI = EAI$, άρα η ΑΙ θα είναι διχοτόμος οπότε θα είναι και διάμεσος της ΔΕ, άρα ΔΙ=ΕΙ.



ΘΕΜΑ Δ

α) Η ΑΜ διάμεσος του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ που αντιστοιχεί στη βάση του ΒΓ, οπότε θα είναι και ύψος και διχοτόμος του τριγώνου.

Επειδή $AM \perp B\Gamma$ και $\Gamma\Delta \perp B\Gamma$ προκύπτει ότι ΑΜ//ΓΔ.

β) Ισχύει ότι ΑΒ = ΓΔ και ΑΒ = ΑΓ οπότε ΑΓ = ΓΔ. Άρα το τρίγωνο ΑΓΔ είναι ισοσκελές με βάση την ΑΔ, οπότε $\Gamma\widehat{A}\Delta = \widehat{\Delta}$.

Ισχύει επίσης ότι $M\widehat{A}\Delta = \widehat{\Delta}$ ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΜ, ΓΔ που τέμνονται από την ΑΔ. Άρα $M\widehat{A}\Delta = \Gamma\widehat{A}\Delta$, επομένως η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας $M\widehat{A}\Gamma$.

γ) Ισχύει ότι: $\Gamma\widehat{A}\Delta = \dfrac{M\widehat{A}\Gamma}{2} = \dfrac{\frac{B\widehat{A}\Gamma}{2}}{2} = \dfrac{B\widehat{A}\Gamma}{4}$ (1)

Από το άθροισμα γωνιών του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) βρίσκουμε:

$B\widehat{A}\Gamma + \widehat{B} + \widehat{\Gamma} = 180^o$ ή $B\widehat{A}\Gamma + 2\widehat{B} = 180^o$ ή $B\widehat{A}\Gamma = 180^o - 2\widehat{B}$

Τότε η (1) γράφεται:

$\Gamma\widehat{A}\Delta = \dfrac{180^o - 2\widehat{B}}{4} = 45^o - \dfrac{\widehat{B}}{2}$

δ) Από τη τριγωνική ανισότητα στο τρίγωνο ΑΓΔ, έχουμε:

ΑΔ < ΑΓ + ΓΔ   ή   ΑΔ < ΑΒ + ΑΒ ή ΑΔ < 2ΑΒ.