

**ΤΑΞΗ:** Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

**ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ:** ΣΤΑΘΗΣ ΗΛΙΟΠΟΥΛΟΣ

**Θέμα Α :**

**A1.** Έστω τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ , τα οποία δεν είναι παράλληλα με τον άξονα  $y'y$  και έχουν συντελεστές διευθύνσεως  $\lambda_1, \lambda_2$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι :

$$\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$$

(Μονάδες 15)

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) και στη συνέχεια να γράψετε στο γραπτό σας την σωστή απάντηση.

**i)** Όλες οι ευθείες που διέρχονται από το σημείο  $A(x_0, y_0)$  έχουν εξίσωση της μορφής :  $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$ .

**ii)** Το διάνυσμα  $\vec{n} = (-A, B)$  είναι κάθετο στην ευθεία  $\varepsilon: Ax + By + \Gamma = 0$ .

**iii)** Αν  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$  τότε  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$  και αντιστρόφως.

**iv)** Το διάνυσμα  $\vec{d}_1 = (2, 4)$  είναι παράλληλο στην ευθεία με εξίσωση  $2x + 4y + 2014 = 0$ .

**v)** Αν  $\vec{AB} = \frac{1}{2} \vec{AG}$  τότε το Β είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος ΑΓ.

(Μονάδες 10)

**Θέμα Β :**

**B1.** Θεωρούμε διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  τέτοια ώστε  $|\vec{\alpha}| = 3$ ,  $|\vec{\beta}| = 4$  και  $(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}) = \frac{\pi}{3}$ .

α) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ .

(Μονάδες 3)

β) Να βρείτε τα  $\vec{\alpha}^2$  και  $\vec{\beta}^2$ .

(Μονάδες 6)

γ) Να αποδείξετε ότι  $(3\vec{\alpha} - \vec{\beta}) \cdot (\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}) = 15$ .

(Μονάδες 5)

**B2.** Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (2, -1)$  και  $\vec{\beta} = (-3, 2)$ .

α) Να υπολογίσετε το γινόμενο  $\vec{\alpha} \cdot (2\vec{\alpha} - \vec{\beta})$ .

(Μονάδες 4)

β) Να βρείτε το διάνυσμα  $\vec{\gamma} = (x, y)$  όταν  $\vec{\gamma} \perp \vec{\alpha}$  και  $|\vec{\gamma}| = \sqrt{5}$ .

(Μονάδες 7)

### Θέμα Γ:

**Γ1.** Δύο μαχητικά αεροπλάνα  $A_1$  και  $A_2$ , με συντεταγμένες:  $A_1(t+3, t-1)$  και  $A_2(2t, 2t-1)$ ,  $t \geq 0$ , βρίσκονται σε επιφυλακή και παίρνουν εντολή απογείωσης.

α) Εξετάστε αν τα δύο αεροπλάνα ξεκινούν από το ίδιο αεροδρόμιο.

(Μονάδες 6)

β) Βρείτε την γραμμή πορείας κάθε αεροπλάνου.

(Μονάδες 6)

γ) Αεροσκάφος εναέριου ανεφοδιασμού βρίσκεται στην θέση  $N(8,4)$ . Ποιο από τα δύο αεροσκάφη βρίσκεται σε τροχιά ανεφοδιασμού;

(Μονάδες 4)

**Γ2.** Το ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  έχει βάση  $B\Gamma$  και ύψος  $AO$  (όπου  $O$  η αρχή των αξόνων). Η κορυφή  $A$  είναι σημείο του θετικού ημιάξονα  $Oy$  και οι κορυφές  $B$  και  $\Gamma$  είναι σημεία του άξονα  $x'x$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Έστω  $(B\Gamma) = 12$ ,  $(AO) = 8$  και  $M$  το μέσο της πλευράς  $AG$ .

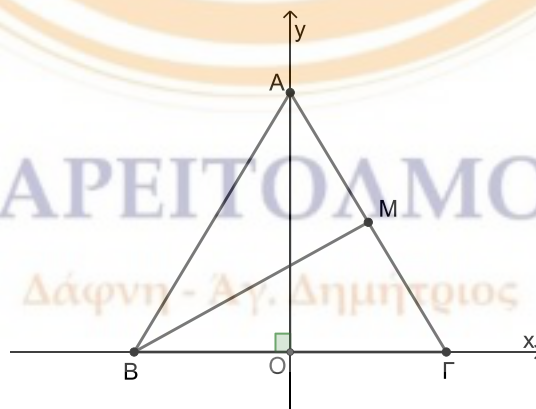
Να αποδείξετε ότι:

i.  $A(0, 8)$ ,  $B(-6, 0)$  και  $\Gamma(6, 0)$ .

(Μονάδες 6)

ii.  $M(3, 4)$

(Μονάδες 3)



**Θέμα Δ:**

**Δ1.** Δίνεται η ευθεία  $y = \lambda(x - 2) + \lambda - 2, \lambda \in \mathbb{R}$  (1).

α) Να βρείτε τις ευθείες που προκύπτουν όταν  $\lambda = 1$  και όταν  $\lambda = 2$ . Κατόπιν να βρείτε το κοινό σημείο  $M$  των δυο ευθειών.

(Μονάδες 7)

β) Έστω  $M(1, -2)$ . Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που προκύπτουν από την (1) για τις διάφορες τιμές του  $\lambda$ , διέρχονται από το  $M$ .

(Μονάδες 5)

**Δ2.** Δίνεται η εξίσωση  $(\mu^2 - 1)x + (3\mu^2 - 2\mu - 1)y - 5\mu^2 + 4\mu + 1 = 0$  (1), όπου  $\mu \in \mathbb{R}$ .

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\mu$  η (1) παριστάνει ευθεία  $\varepsilon$ .

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\mu$  οι ευθείες  $\varepsilon$ :

i. είναι παράλληλες στον άξονα  $xx'$ .

(Μονάδες 4)

ii. είναι παράλληλες στον άξονα  $yy'$ .

(Μονάδες 4)

**ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΑΡΕΙΤΟΛΜΟ**

Δάφνη - Αγ. Δημήτριος