

**ΤΑΞΗ:** Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:** ΑΛΓΕΒΡΑ

**ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ:** ΑΓΓΕΛΙΚΗ ΑΔΑΜΑΝΤΙΑΔΟΥ

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

**A.** Να αποδείξετε ότι :  $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| = \frac{|\alpha|}{|\beta|}$  για κάθε πραγματικό αριθμό  $\alpha, \beta$  με  $\beta \neq 0$ .

(15 μονάδες)

**B.** Ελέγξτε αν καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι **σωστή** ή **λάθος**.

α) Ισχύει  $\alpha^2 > 0$  για κάθε  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

β)  $(\sqrt[n]{\alpha\beta}) = \sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta}$  για κάθε  $\alpha, \beta \geq 0$ .

γ)  $|\alpha - \beta| = d(\alpha, -\beta)$

δ)  $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\beta^2 + \alpha\beta + \alpha^2)$

ε) Αν  $\alpha < \beta$  και  $\gamma < 0$  τότε  $\alpha\gamma < \beta\gamma$

(10 μονάδες)

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>** (Τράπεζα Θεμάτων)

Αν είναι  $A = 2 - \sqrt{3}$ ,  $B = 2 + \sqrt{3}$ , τότε:

**A.** Να αποδείξετε ότι  $A \cdot B = 1$ .

(12 μονάδες)

**B.** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $\Pi = A^2 + B^2$

(13 μονάδες)

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

**A.** Αν  $1 \leq x \leq 2$  και  $3 \leq y \leq 5$ ,

α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A = \frac{|x - 1| + |x - 2|}{2}$$

(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών κυμαίνεται η τιμή καθεμιάς από τις παρακάτω παραστάσεις:

i)  $3x - y$

(Μονάδες 6)

ii)  $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y}$

(Μονάδες 4)

**B. α)** Να αποδείξετε ότι :  $|x + 2|^2 + 16 \geq 8y - y^2$  για κάθε  $x, y \in \mathbb{R}$ .

Πότε ισχύει η ισότητα;

(Μονάδες 4)

β) Να γράψετε την παρακάτω παράσταση χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής για τις διάφορες τιμές του  $x \in \mathbb{R}$ .

$$K = |x - 1| + |2 - x| + 2x - 3$$

(Μονάδες 4)

#### **ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>** (Τράπεζα Θεμάτων)

Δίνεται ένας πραγματικός αριθμός  $x$  που ικανοποιεί τη σχέση:  $d(x, 5) \leq 9$ .

**A.** Να αποδώσετε την παραπάνω σχέση λεκτικά.

(Μονάδες 5)

**B.** Με χρήση του άξονα των πραγματικών αριθμών, να παραστήσετε σε μορφή διαστήματος το σύνολο των δυνατών τιμών του  $x$ .

(Μονάδες 5)

**Γ.** Να γράψετε τη σχέση με το σύμβολο της απόλυτης τιμής και να επιβεβαιώσετε με αλγεβρικό τρόπο το συμπέρασμα του ερωτήματος (B).

(Μονάδες 10)

**Δ.** Να χρησιμοποιήσετε το συμπέρασμα του ερωτήματος (Γ) για να δείξετε ότι:

$$|x + 4| + |x - 14| = 18$$

(Μονάδες 5)

**ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**