

**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ  
ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΠΗΛΙΟΥΡΑΣ  
ΜΑΡΙΑΝΝΑ ΦΟΥΡΤΟΥΝΗ

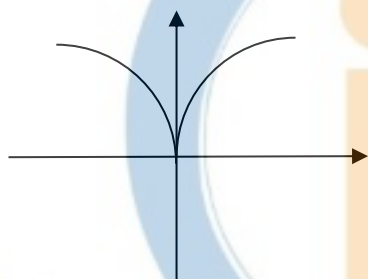
**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Σχολικό βιβλίο σελ. 60

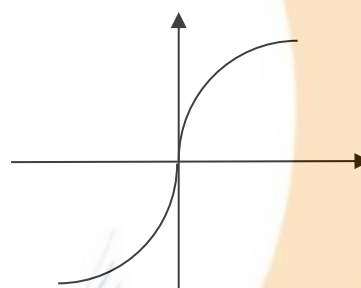
**A2.** Σ – Σ – Λ – Λ – Λ

**A3.**

i)



ii)



**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Το συνημίτονο μιας γωνίας στον τριγωνομετρικό κύκλο είναι η προβολή του τέλους του τόξου πάνω στον άξονα των  $x'x$  δηλαδή του άξονα των συνημιτόνων. Όπως φαίνεται στο σχήμα η προβολή στον  $x'x$  είναι στο σημείο  $-0,6$ . Συνεπώς  $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{3}{5}$

**B2.** Από τη βασική τριγωνομετρική ταυτότητα έχουμε:

$$\eta\mu^2x + \sigma\upsilon\nu^2x = 1 \Leftrightarrow \eta\mu^2x = 1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2 \Leftrightarrow \eta\mu^2x = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \eta\mu x = \frac{4}{5} \text{ ή } \eta\mu x = -\frac{4}{5}$$

Δεκτή είναι η λύση  $-\frac{4}{5}$  διότι η γωνία βρίσκεται στο 3<sup>ο</sup> τεταρτημόριο.

$$\text{Επίσης } \varepsilon\varphi x = \frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x} = \frac{-\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = \frac{4}{3} \text{ και } \sigma\varphi x = \frac{1}{\varepsilon\varphi x} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Έστω  $x$  τα μηχανάκια και  $y$  τα αυτοκίνητα. Τότε από τα δεδομένα προκύπτει το σύστημα των εξισώσεων:

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 2x + 4y = 122 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -70 \\ 2x + 4y = 122 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 26 \end{cases}$$

**Γ2. α.** Για το πεδίο ορισμού πρέπει:  $x \geq 0$  και  $x \neq 0$ , άρα  $A = (0, +\infty)$ .

Η  $f$  διέρχεται από το σημείο  $(9, -1)$  οπότε:  $f(9) = -1 \Leftrightarrow \frac{\lambda}{9} - \sqrt{9} = -1 \Leftrightarrow \frac{\lambda}{9} = 2 \Leftrightarrow \lambda = 18$ .

**β.** Έστω  $0 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \Leftrightarrow \frac{18}{x_1} > \frac{18}{x_2}$  (1)

Επίσης για  $0 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \sqrt{x_1} < \sqrt{x_2} \Leftrightarrow -\sqrt{x_1} > -\sqrt{x_2}$  (2)

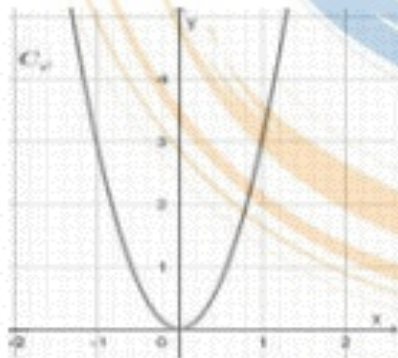
Προσθέτουμε τις (1) και (2) κατά μέλη προκύπτει  $f(x_1) > f(x_2)$ . Συνεπώς η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα.

**γ.** Για την ανίσωση διαιρούμε με  $x > 0$  για να δημιουργήσουμε τον τύπο της  $f$ :

$x\sqrt{x} - 18 < x \Leftrightarrow \sqrt{x} - \frac{18}{x} < 1 \Leftrightarrow \frac{18}{x} - \sqrt{x} > -1 \Leftrightarrow f(x) > f(9)$  και εφόσον η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα προκύπτει  $x < 9$ . Τελικά  $0 < x < 9$ .

### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Παρατηρούμε ότι:  $\varphi(-x) = 3(-x)^2 = 3x^2 = \varphi(x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  και  $-x \in \mathbb{R}$ . Άρα η  $\varphi$  είναι άρτια.

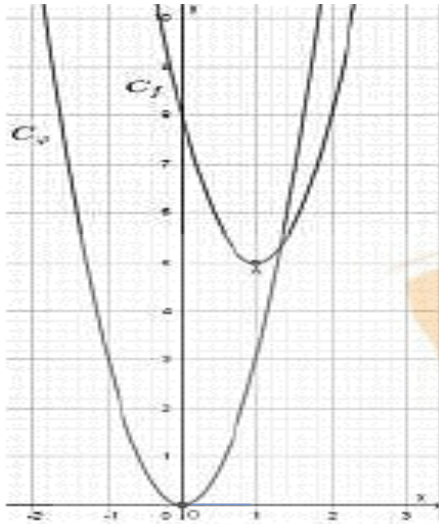


## ΑΡΕΙΤΟΛΜΟ

**Δ2.** Για την  $f$  έχουμε:

$$f(x) = 3x^2 - 6x + 8 = 3x^2 - 6x + 3 + 5 = 3(x^2 - 2x + 1) + 5 = 3(x - 1)^2 + 5.$$

Η γραφική παράσταση της  $f$  προκύπτει από μία οριζόντια μετατόπιση της  $\varphi$  κατά 1 μονάδα προς τα δεξιά και κατά 5 μονάδες προς τα επάνω.



**Δ3.**

I) Η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $(-\infty, 1]$  και γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $[1, +\infty)$  με άξονα συμμετρίας την ευθεία  $x=1$ .

II) Η  $f$  παρουσιάζει ολικό ελάχιστο, στη θέση  $x=1$ , το 5.

III) Το πλήθος των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης της  $f$  και της ευθείας με εξίσωση  $y = \lambda$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$  είναι:

Αν  $\lambda > 5$  η εξίσωση έχει 2 ρίζες δηλαδή έχουμε 2 σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με την ευθεία  $y = \lambda$ .

Αν  $\lambda = 5$  η εξίσωση έχει 1 ρίζα.

Αν  $\lambda < 5$  η εξίσωση είναι αδύνατη.

**ΑΡΕΙΤΟΛΜΟ**

Δάφνη - Αγ. Δημήτριος