ΣΑΒΒΑΤΟ 13 ΜΑΪΟΥ 2023

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

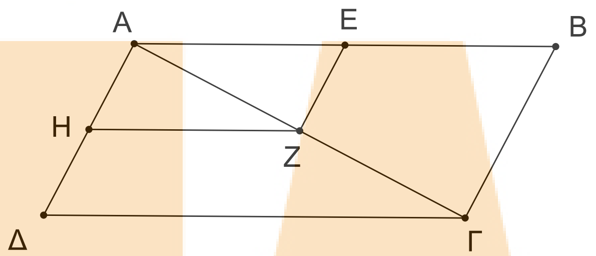
ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: ΔΗΜΟΥΛΕΑΣ ΑΛΕΞΗΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Σχολικό σελ 88

Β. α) Λ β) Σ γ) Λ δ) Σ ε) Σ

ΘΕΜΑ 2ο



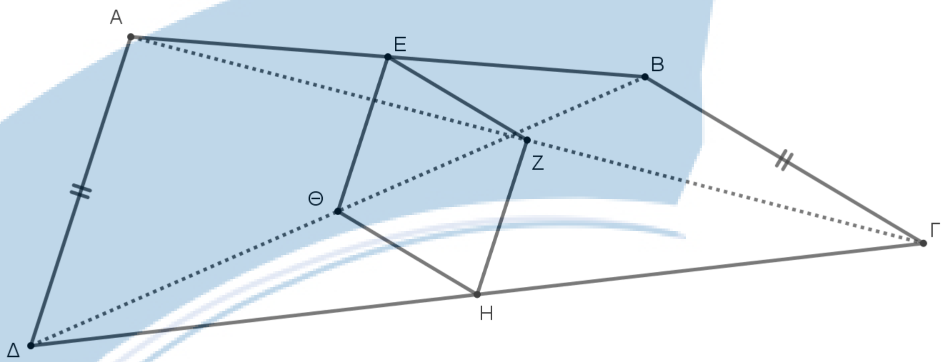
α) Στο τρίγωνο ΑΓΔ το τμήμα ΖΗ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΑΓ και ΑΔ, άρα είναι παράλληλο στη ΓΔ και ίσο με το μισό της, δηλαδή $ZH // \Gamma\Delta$ (1) και $ZH = \frac{\Gamma\Delta}{2}$. Όμως $AB = \Gamma\Delta$, γιατί είναι απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου, άρα $ZH = \frac{AB}{2}$.

β) Αφού το Ε είναι το μέσο της ΑΒ, θα είναι $AE = \frac{AB}{2}$. Όμως από το ερώτημα α) είναι $ZH = \frac{AB}{2}$, άρα $AE = ZH$.

Επιπλέον, είναι $AE // \Gamma\Delta$ (2), γιατί το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε ότι $AE // ZH$.

Το τετράπλευρο ΑΕΖΗ είναι παραλληλόγραμμο, γιατί οι απέναντι πλευρές του ΑΕ, ΖΗ είναι ίσες και παράλληλες.

ΘΕΜΑ 3º

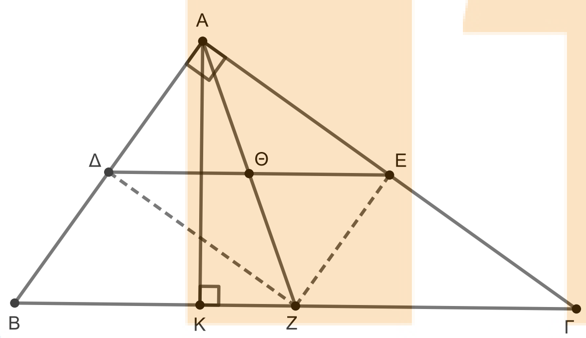


α) Στο τρίγωνο ΑΒΓ, τα σημεία Ε και Ζ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, άρα $EZ =// \frac{ΒΓ}{2}$ (1). Στο τρίγωνο ΒΓΔ, τα σημεία Θ και Η είναι τα μέσα των πλευρών ΒΔ και ΓΔ αντίστοιχα, άρα $ΘΗ =// \frac{ΒΓ}{2}$ (2). Από (1) και (2) $EZ// = ΗΘ$.

β) Από το ερώτημα (α) το τετράπλευρο ΕΖΗΘ είναι παραλληλόγραμμο αφού έχει δύο απέναντι πλευρές του (ΕΖ και ΘΗ) παράλληλες και ίσες.

Στο τρίγωνο ΑΓΔ, τα σημεία Ζ και Η είναι τα μέσα των πλευρών ΑΓ και ΓΔ αντίστοιχα, άρα $ZH =// \frac{ΑΔ}{2}$ (3), αλλά από υπόθεση έχουμε $ΒΓ = ΑΔ$ (4). Από (1) και (3), (4) είναι $EZ = ZH$, άρα το παραλληλόγραμμο ΕΖΗΘ είναι ρόμβος αφού έχει 2 διαδοχικές πλευρές του ίσες.

ΘΕΜΑ 4º



α) i) Το τμήμα ΕΖ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΑΓ και ΒΓ στο τρίγωνο ΑΒΓ, άρα ΕΖ // ΑΒ οπότε και ΕΖ // ΑΔ και ΕΖ = $\frac{AB}{2}$ = ΑΔ. Άρα το τετράπλευρο ΑΔΖΕ έχει τις απέναντι πλευρές του ΑΔ και ΕΖ ίσες και παράλληλες οπότε είναι παραλληλόγραμμο. Επιπλέον η γωνία του Α είναι ορθή, άρα το τετράπλευρο ΑΔΖΕ είναι ορθογώνιο.

ii) Το τμήμα ΔΕ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ στο τρίγωνο ΑΒΓ, οπότε ΔΕ//ΒΓ και $ΔΕ = \frac{ΒΓ}{2}$.

Οι ΑΖ, ΔΕ είναι διαγώνιες του ορθογωνίου ΑΔΖΕ, οπότε είναι ίσες και διχοτομούνται με Θ το κέντρο του. Άρα $ΑΘ = \frac{ΑΖ}{2} = \frac{ΔΕ}{2} = ΘΕ$. Το ευθύγραμμο τμήμα ΘΕ ενώνει τα μέσα των ΑΖ και ΑΓ στο τρίγωνο ΑΖΓ, άρα $ΘΕ = \frac{ΖΓ}{2} = \frac{\frac{ΒΓ}{2}}{2} = \frac{ΒΓ}{4}$.

β) i) Επειδή $Ζ\hat{Ε}Γ = 90^o$, το ΖΕ είναι ύψος στο τρίγωνο ΑΖΓ και επειδή είναι και διάμεσος, το τρίγωνο είναι ισοσκελές. Άρα $Ζ\hat{Α}Γ = \hat{Γ} = 30^o$.

Η γωνία $Α\hat{Ζ}Β$ είναι εξωτερική στο τρίγωνο ΑΖΓ, άρα: $Α\hat{Ζ}Β = Ζ\hat{Α}Γ + \hat{Γ} = 60^o$.

ii) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\hat{Γ} = 30^o$, άρα $ΑΒ = \frac{ΒΓ}{2}$ (1). Από το άθροισμα γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ, έχουμε: $\hat{Β} + \hat{Γ} = 90^o$ ή $\hat{Β} = 60^o$. Από το άθροισμα γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου ΑΚΒ έχουμε: $Β\hat{Α}Κ + \hat{Β} = 90^o$ ή $Β\hat{Α}Κ = 30^o$. Οπότε στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΚ είναι $ΒΚ = \frac{ΑΒ}{2}$ και λόγω της (1) $ΒΚ = \frac{\frac{ΒΓ}{2}}{2}$ ή $ΒΚ = \frac{ΒΓ}{4}$.