

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: Παναγιώτης Πήλιουρας

Θέμα Α.

A1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης ενός κύκλου με κέντρο την αρχή των αξόνων, σε σημείο του $A(x_1, y_1)$, είναι η $x_1 \cdot x + y_1 \cdot y = \rho^2$, όπου ρ η ακτίνα του κύκλου. **Μονάδες 9**

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετραδιό σας την ένδειξη Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) δίπλα στο γράμμα που να αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Η εφαπτομένη του κύκλου $x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $xy + x_1y_1 - \rho^2 = 0$

β) Αν $A \neq 0$ ή $B \neq 0$ η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία.

γ) Η εκκεντρότητα ϵ της έλλειψης είναι μεγαλύτερη από την μονάδα.

δ) Έστω η παραβολή $y^2 = 2px$. Αν $p > 0$ τότε και $x > 0$.

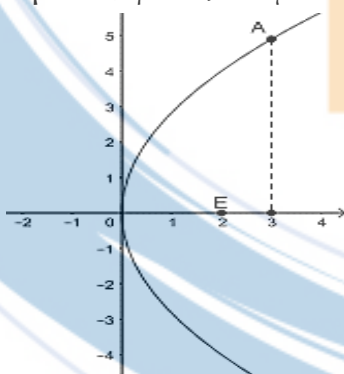
ε) Η εξίσωση $x^2 + y^2 + \lambda^2 = 0$, όπου λ πραγματικός αριθμός, είναι εξίσωση κύκλου. **Μονάδες 10**

A3. Να αντιστοιχίσετε τις ελλείψεις της Α στήλης με τα στοιχεία της Β στήλης που έχουν σχέση.

A στήλη	B στήλη
1. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$	α. $E'(-\sqrt{3}, 0), E(\sqrt{3}, 0)$
2. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$	β. $\gamma = 3$
3. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$	γ. $\gamma^2 = 5$, εστίες στον yy'
	δ. $E'(-\sqrt{5}, 0), E(\sqrt{5}, 0)$

Μονάδες 6

Θέμα Β. (Τράπεζα Θεμάτων)



Σε καρτεσιανό επίπεδο Oxy δίνεται η παραβολή με άξονα συμμετρίας τον x' , κορυφή $O(0,0)$ και εστία $E(2,0)$ όπως στο διπλανό σχήμα. Το σημείο A της παραβολής έχει τετμημένη 3 και βρίσκεται στο πρώτο τεταρτημόριο του Oxy .

B1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της παραβολής είναι $y^2 = 8x$.

Μονάδες 10

B2. Να σχεδιάσετε τη διευθετούσα της παραβολής και να γράψετε την εξίσωσή της.

Μονάδες 6

B3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ϵ) της παραβολής στο σημείο A.

Μονάδες 9

Θέμα Γ.

Δίνεται ο κύκλος $C: (x-1)^2 + y^2 = 1$.

Γ1. Να βρεθεί η παραβολή που έχει εστία το κέντρο του κύκλου.

Μονάδες 8

Για τα επόμενα ερωτήματα να θεωρήσετε ότι η εξίσωση της παραβολής είναι $y^2 = 4x$.

Γ2. Αν η ευθεία $x=1$ τέμνει την παραβολή στα σημεία A και B να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου AOB.

Μονάδες 8

Γ3. Να βρεθούν οι εφαπτόμενες της παραβολής στα A και B και ναδειχθεί ότι τέμνονται στο $M(-1,0)$.

Μονάδες 9

Θέμα Δ. (Τράπεζα θεμάτων)

Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων με αρχή το σημείο O θεωρούμε κύκλο (C) και ευθεία (ϵ) με εξισώσεις: $x^2 + y^2 - 9x - 3y + 10 = 0$ (1) και $4x + 3y - 10 = 0$ (2) αντίστοιχα.

Δ1. α. Να βρείτε το κέντρο K και την ακτίνα R του κύκλου (C).

Μονάδες 6

β. Να υπολογίσετε την απόσταση του κέντρου K από την ευθεία (ϵ) και να αποδείξετε ότι η ευθεία (ϵ) τέμνει τον κύκλο (C) σε δύο σημεία.

Μονάδες 7

Δ2. Αν είναι A(1,2) και B(4,-2) είναι τα σημεία τομής της ευθείας και του κύκλου, τότε:

α. Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο: $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$

Μονάδες 6

β. Να αποδείξετε ότι ο κύκλος με διάμετρο AB, διέρχεται από το σημείο O.

Μονάδες 6

Ευχόμαστε Επιτυχία!!!