

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: ΑΔΑΜΑΝΤΙΑΔΟΥ ΑΓΓΕΛΙΚΗ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι :

Ένα πολυώνυμο έχει παράγοντα το $x - \rho$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$, δηλαδή αν και μόνο αν $P(\rho) = 0$.

(15 μονάδες)

B. Ελέγξτε αν καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι **σωστή** ή **λάθος**.

α) Ισχύει ότι $\sin(-x) = -\sin x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

β) Αν για μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , υπάρχει $x_0 \in A$, τέτοιο ώστε $-x_0 \notin A$, τότε η f δεν είναι ούτε άρτια ούτε περιττή.

γ) Αν ένα πολυώνυμο $P(x)$ διαιρείται με το $x + \rho$, τότε $P(\rho) = 0$.

δ) Η συνάρτηση $f(x) = \sin x$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$.

ε) Το μηδενικό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο (Τράπεζα Θεμάτων)

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + 2x^2 + x + 3$.

α) Να δείξετε ότι το -2 δεν είναι ρίζα του πολυωνύμου.

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης $P(x) : (x + 2)$

(Μονάδες 10)

γ) Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης $P(x) : (x + 2)$.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \eta\mu(\pi - x)\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 5\eta\mu(2\pi + x) + \eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\sigma\upsilon\nu(\pi + x), x \in \mathbb{R}.$$

α) Να αποδείξετε ότι : $f(x) = -5\eta\mu x + 1, x \in \mathbb{R}.$

(Μονάδες 9)

β) Αν $g(x) = f(2x)$ να βρείτε την περίοδο και τα ακρότατα της $g.$

(Μονάδες 8)

γ) Να λύσετε την εξίσωση : $f(x) = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu^2 x - 3.$

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4° (Τράπεζα Θεμάτων)

α) Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + \alpha x^2 + \beta x - 5,$ με $x \in \mathbb{R}.$

i. Αν το πολυώνυμο έχει παράγοντα το $(x - 1)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσής του με $(x - 2)$ είναι $-1,$ να δείξετε ότι:

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = -6 \\ \text{και} \\ \alpha + \beta = 3 \end{cases}$$

(Μονάδες 6)

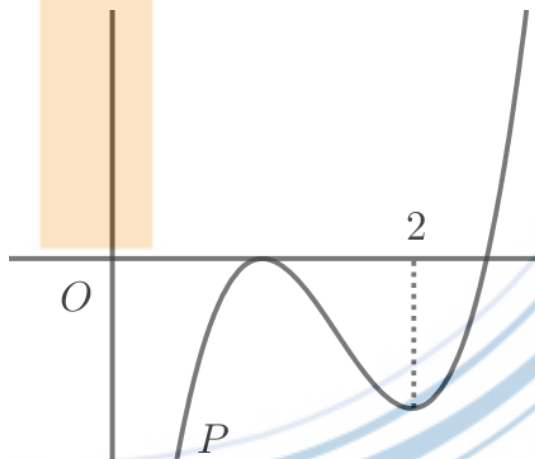
ii. Να δείξετε ότι $\alpha = -9$ και $\beta = 12.$

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbb{R},$ για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$ είναι κάτω από τον άξονα $x'x.$

(Μονάδες 10)

γ) Αν η γραφική παράσταση της $P(x)$ είναι η διπλανή, να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της.



(Μονάδες 4)

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!