

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: ΔΗΜΟΥΛΕΑΣ ΑΛΕΞΗΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. i) Δίνεται η εξίσωση $ax^2 + bx + c = 0$, με $a \neq 0$. Να γράψετε τους τύπους του Vieta για τις ρίζες της εξίσωσης.

(7 μονάδες)

ii) Να αποδείξετε τους παραπάνω τύπους του Vieta.

(8 μονάδες)

B. Ελέγξτε αν καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι **σωστή** ή **λάθος**.

α) Αν $\Delta > 0$, τότε $ax^2 + bx + c = a(x_1 - x)(x - x_2)$, όπου $a \neq 0$ και x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου.

β) Αν $\Delta < 0$, τότε το τριώνυμο δεν παραγοντοποιείται.

γ) Η εξίσωση $x^v = a$, με $a > 0$ και v περιττό φυσικό αριθμό, έχει ακριβώς μια λύση, την $\sqrt[v]{a}$

δ) Ισχύει ότι $\sqrt[v]{a^\mu} = a^{\frac{\mu}{v}}$, όπου $a > 0$, $v \in \mathbb{N}^*$ και $\mu \in \mathbb{Z}$.

ε) $a \cdot \sqrt[v]{\beta} = \sqrt[v]{a^v \beta}$, όπου $a, \beta \geq 0$.

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο (Τράπεζα Θεμάτων)

A. Να λύσετε τις ανισώσεις $|2x - 3| < 8$ και $2x^2 - x - 1 \geq 0$.

(13 μονάδες)

B. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων του ερωτήματος (A).

(12 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η εξίσωση $\lambda^2(x+1) = 1 + (2\lambda+3)x$ (1).

A1. Να λύσετε την εξίσωση $\lambda^2 - 2\lambda - 3 = 0$.

(4 μονάδες)

- A2.** Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) παίρνει τη μορφή $(\lambda^2 - 2\lambda - 3)x = 1 - \lambda^2$.
(4 μονάδες)
- B.** Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η εξίσωση (1) να έχει μοναδική λύση και να την προσδιορίσετε.
(5 μονάδες)
- Γ.** Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η εξίσωση (1) να είναι αδύνατη.
(5 μονάδες)
- Δ.** Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η εξίσωση (1) να έχει μοναδική λύση την $x=1$.
(7 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4^ο (Τράπεζα Θεμάτων)

Δίνεται το τριώνυμο $x^2 - (a+1)x + 4 + a$, $a \in \mathbb{R}$.

- A.** Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι $\Delta = (a-1)^2 - 16$.
(5 μονάδες)
- B.** Να βρείτε για ποιες τιμές του a το τριώνυμο έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.
(10 μονάδες)
- Γ.** Αν το τριώνυμο έχει ρίζες x_1, x_2 , τότε:
- I)** Να εκφράσετε το άθροισμα $S = x_1 + x_2$ και το γινόμενο $P = x_1 x_2$ των ριζών του συναρτήσεως του a .
(2 μονάδες)
- II)** Να αποδείξετε ότι : $d(x_1, 1) \cdot d(x_2, 1) = 4$.
(8 μονάδες)

Ευχόμαστε επιτυχία