

ΤΑΞΗ: Γ' ΕΠΑΛ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΧΑΡΗΣ ΠΑΛΑΝΤΖΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω x_1, x_2, \dots, x_k οι τιμές μίας μεταβλητής X που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους N , όπου k, N φυσικοί και μη μηδενικοί αριθμοί με $k \leq N$.

α. Τι ονομάζεται απόλυτη συχνότητα v_i της τιμής x_i με $i = 1, 2, \dots, k$;

β. Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i με $i = 1, 2, \dots, k$;

γ. Να αποδείξετε ότι $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$

Μονάδες 3+3+4 = 10

A2. Ποιες μεταβλητές λέγονται ποσοτικές και σε ποιες κατηγορίες διακρίνονται;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις προτάσεις που ακολουθούν ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ).

α. Η συχνότητα v_i της τιμής x_i μίας μεταβλητής X μπορεί να είναι αρνητικός αριθμός.

β. Η κεντρική τιμή της κλάσης $[\alpha, \beta)$ ισούται με $\frac{\alpha + \beta}{2}$.

γ. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} , τότε ισχύει ότι:

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g'(x), x \in \mathbb{R}$$

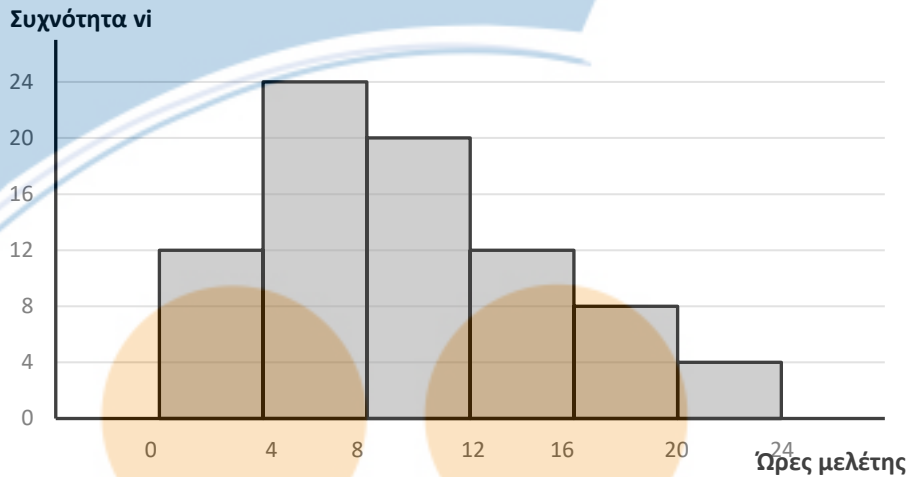
δ. Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μίας ποιοτικής μεταβλητής.

ε. Αν για μία συνάρτηση f ισχύουν $f'(x_0) = 0$ για $x_0 \in (\alpha, \beta)$, $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) , τότε η f παρουσιάζει στο διάστημα (α, β) για $x = x_0$ μέγιστο.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Εξετάσαμε 80 μαθητές της Γ' Λυκείου ενός σχολείου, ως προς τις ώρες που αφιερώνουν στην μελέτη τους κάθε εβδομάδα. Τα αποτελέσματα δίνονται από το παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων.



B1. Να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων (απόλυτων και αθροιστικών), για τα δεδομένα του προβλήματος.

Μονάδες 10

B2. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών που μελετούν λιγότερο από 8 ώρες.

Μονάδες 5

B3. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών που μελετούν τουλάχιστον 12 ώρες.

Μονάδες 5

B4. Αν άριστοι μαθητές θεωρούνται όσοι μελετούν τουλάχιστον 18 ώρες, να βρείτε το ποσοστό επί τοις εκατό που αντιστοιχεί στους άριστους μαθητές.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Ρωτήσαμε N άτομα σχετικά με το πόσα μέσα κοινωνικής δικτύωσης χρησιμοποιούν καθημερινά. Από την επεξεργασία των δεδομένων προέκυψε ότι:

- όλοι οι ερωτηθέντες χρησιμοποιούν από 0 έως 4 μέσα κοινωνικής δικτύωσης,
- το 5% των ερωτηθέντων δεν χρησιμοποιεί κανένα μέσο κοινωνικής δικτύωσης,
- το πλήθος των ερωτηθέντων που χρησιμοποιούν 2 μέσα κοινωνικής δικτύωσης είναι επταπλάσιο από το πλήθος των ερωτηθέντων που δεν χρησιμοποιούν κανένα μέσο κοινωνικής δικτύωσης,
- 50 ερωτηθέντες χρησιμοποιούν το πολύ 1 μέσο κοινωνικής δικτύωσης,
- το 85% των ερωτηθέντων χρησιμοποιούν το πολύ 3 μέσα κοινωνικής δικτύωσης,
- 30 ερωτηθέντες χρησιμοποιούν 4 μέσα κοινωνικής δικτύωσης.

G1. Να παραστήσετε τα δεδομένα αυτά σε μορφή πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 12

G2. Να υπολογίσετε το πλήθος των ατόμων που χρησιμοποιούν 3 ή 4 μέσα κοινωνικής δικτύωσης.

Μονάδες 5

Γ3. Να βρείτε το ποσοστό % των ατόμων που χρησιμοποιούν το πολύ 2 μέσα κοινωνικής δικτύωσης.

Μονάδες 5

Γ4. Να κατασκευάσετε το κυκλικό διάγραμμα των σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό για τα δεδομένα του προβλήματος.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Δ

Ένας αμπελουργός θέλοντας να καλλιεργήσει μία νέα ποικιλία σταφυλιού, αποφασίζει να περιφράξει με συρματόπλεγμα μήκους 400 μέτρων, έναν αμπελώνα σχήματος ορθογωνίου, διαστάσεων x και y μέτρων.

Δ1. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του αμπελώνα, ως συνάρτηση του x , δίνεται από τον τύπο $E(x) = -x^2 + 200x$ και να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης αυτής.

Μονάδες 8

Δ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση $E(x)$ ως προς την μονοτονία της.

Μονάδες 7

Δ3. Να βρείτε τις διαστάσεις που θα πρέπει να έχει ο αμπελώνας ώστε το εμβαδόν του να είναι το μεγαλύτερο δυνατό. Τι σχήμα έχει τότε ο αμπελώνας και τι εμβαδόν;

Μονάδες 5

Δ4. Από κάθε στρέμμα (1 στρέμμα = 1.000 τετραγωνικά μέτρα), ο αμπελουργός παράγει 2 τόνους σταφυλιού και πουλάει κάθε τόνο σταφυλιού για 250 €. Να βρείτε το κέρδος που θα έχει ο αμπελουργός αν τελικά περιφράξει τον αμπελώνα του ώστε να έχει μέγιστο εμβαδόν.

Μονάδες 5

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ