ΣΑΒΒΑΤΟ 17 ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2022

**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ**
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**Επιμέλεια διαγωνίσματος:** ΑΝΔΡΕΑΣ ΠΑΝΤΕΛΗΣ

## ΘΕΜΑ Α

**Α1**. Η απόδειξη βρίσκεται στο σχολικό βιβλίο στη σελίδα 43.
**Α2.** Σ-Λ-Λ-Σ-Σ

## ΘΕΜΑ Β

α) Η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία Α, Β έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = \frac{6-2}{1+3} = 1$.

β) Η ευθεία έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 1$ και διέρχεται από το σημείο Α, οπότε έχει εξίσωση $y-2 = 1(x+3)$ δηλαδή είναι η $y = x+5$.

γ) Το σημείο Γ είναι πάνω στην ευθεία ΑΒ μόνο όταν οι συντεταγμένες του επαληθεύουν την εξίσωση της ευθείας ΑΒ. Με $x = -13$ στον τύπο της ευθείας ΑΒ έχουμε:

$$y = -13+5 = -8 \neq y_\Gamma = -7$$

Άρα το σημείο Γ δεν είναι πάνω στην ΑΒ.

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** $\overrightarrow{AB} = (-2,1)$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = (1,2)$.

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A\Gamma} = (-2)\cdot 1 + 1\cdot 2 = 0$ άρα $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{A\Gamma}$ άρα η γωνία Α είναι ορθή.

$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{5}$ και $\left|\overrightarrow{A\Gamma}\right| = \sqrt{5}$ οπότε ΑΒ=ΑΓ άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

**Γ2.** α) $\left|\vec{\alpha}\right| = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$ και $\left|\vec{\beta}\right| = \sqrt{(-2)^2+1^2} = \sqrt{5}$ και $\vec{\alpha}\vec{\beta} = 0$

β) i. $\vec{\beta}\vec{u} = \vec{\beta}\left(\vec{\alpha}-\vec{\beta}\right) = \vec{\beta}\vec{\alpha} - \vec{\beta}^2 = 0 - \sqrt{5}^2 = -5$

ii. $\left|\vec{u}\right|^2 = \left|\vec{a}-\vec{\beta}\right|^2 = \left(\vec{a}-\vec{\beta}\right)^2 = \vec{\alpha}^2 - 2\vec{\alpha}\vec{\beta} + \vec{\beta}^2 = 5 - 2\cdot 0 + 5 = 10$, άρα $\left|\vec{u}\right| = \sqrt{10}$.

iii. $\sigma\upsilon\nu\left(\vec{\beta},\vec{u}\right) = \frac{\vec{\beta}\cdot\vec{u}}{\left|\vec{\beta}\right|\left|\vec{u}\right|} = \frac{-5}{\sqrt{5}\sqrt{10}} = \frac{-5}{5\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ άρα $\left(\vec{\beta},\vec{u}\right) = \frac{3\pi}{4}$.

## ΘΕΜΑ Δ

α) Οι συντελεστές διεύθυνσης των ευθειών ΑΒ και ΑΓ ορίζονται και είναι

$\lambda_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0-4}{-1-2} = \frac{4}{3}$ και $\lambda_{A\Gamma} = \frac{y_\Gamma - y_A}{x_\Gamma - x_A} = \frac{-2-4}{3-2} = \frac{-6}{1} = -6$. Επειδή $\lambda_{AB} \neq \lambda_{A\Gamma}$ οι ευθείες ΑΒ και ΑΓ δεν είναι παράλληλες, οπότε τα σημεία Α,Β και Γ δεν είναι συνευθειακά και αποτελούν κορυφές τριγώνου.

β) Η ευθεία ΑΒ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\frac{4}{3}$ από το α) ερώτημα και διέρχεται από το σημείο Α(2,4), άρα η εξίσωσή της είναι: (ΑΒ): $y - y_A = \lambda(x - x_A)$ ή $y - 4 = \frac{4}{3}(x-2)$ ή $4x - 3y + 4 = 0$.

Η ευθεία ΑΓ έχει συντελεστή διεύθυνσης -6 από το α) ερώτημα και διέρχεται από το σημείο Γ(3,-2), άρα η εξίσωσή της είναι: (ΑΓ): $y - y_\Gamma = \lambda(x - x_\Gamma)$ ή $y + 2 = -6(x-3)$ ή $6x + y - 16 = 0$.

i. Στην εξίσωση της ευθείας ΑΒ θέτουμε x=0 για να βρούμε το σημείο που τέμνει τον άξονα y΄y και έχουμε: $4 \cdot 0 - 3y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{4}{3}$ . Άρα $\Delta\left(0, \frac{4}{3}\right)$. Ομοίως στην εξίσωση της ευθείας ΑΓ θέτουμε y=0 για να βρούμε το σημείο που τέμνει τον άξονα x΄x και έχουμε: $6x + 0 - 16 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}$ . Άρα $E\left(\frac{8}{3}, 0\right)$.

ii. $\overrightarrow{A\Delta} = (0-2, \frac{4}{3} - 4) = (-2, -\frac{8}{3}) = 2 \cdot (-1, -\frac{4}{3})$ και $\overrightarrow{\Delta B} = (-1-0, 0-\frac{4}{3}) = (-1, -\frac{4}{3})$, οπότε προφανώς $\overrightarrow{A\Delta} = 2\overrightarrow{\Delta B}$. Για τα διανύσματα $\overrightarrow{AE}$ και $\overrightarrow{E\Gamma}$ έχουμε:

$\overrightarrow{AE} = (\frac{8}{3} - 2, 0 - 4) = (\frac{2}{3}, -4) = 2 \cdot (\frac{1}{3}, -2)$ και $\overrightarrow{E\Gamma} = (3 - \frac{8}{3}, -2 - 0) = (\frac{1}{3}, -2)$ και ισχύει επίσης ότι $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{E\Gamma}$.

γ) $\lambda_{\Delta E} = \frac{\frac{4}{3} - 0}{0 - \frac{8}{3}} = -\frac{1}{2}$ και $\lambda_{B\Gamma} = \frac{-2-0}{3+1} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$. Άρα $\lambda_{\Delta E} = \lambda_{B\Gamma}$, επομένως η ευθεία ΔΕ είναι παράλληλη της ευθείας ΒΓ.