ΣΑΒΒΑΤΟ 17 ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2022

**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ**
**ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**Επιμέλεια διαγωνίσματος:** ΑΝΔΡΕΑΣ ΠΑΝΤΕΛΗΣ

## ΘΕΜΑ Α

**Α1**. Η απόδειξη βρίσκεται στο σχολικό βιβλίο στη σελίδα 51: θεώρημα IV.
**Α2.** Λ-Σ-Λ-Σ-Λ

## ΘΕΜΑ Β

α) Τα τρίγωνα ΑΒΔ και Α΄Β΄Δ΄ έχουν:

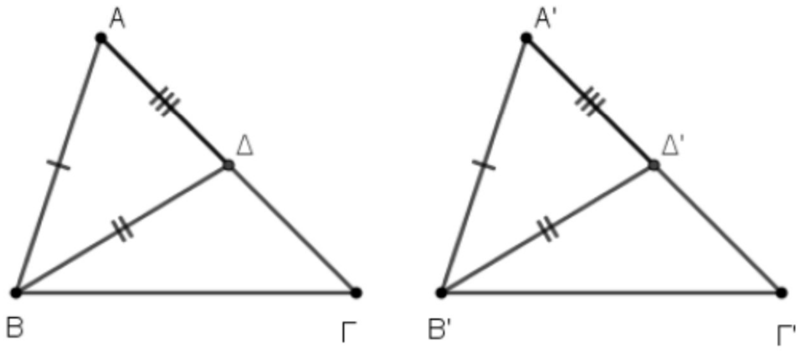
ΒΔ = Β΄Δ΄, από υπόθεση,

ΑΒ = Α΄Β΄, από υπόθεση,

ΑΔ = Α΄Δ΄, ως μισά των ίσων πλευρών ΑΓ και Α΄Γ΄ αντίστοιχα.

Επομένως, τα τρίγωνα είναι ίσα γιατί έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία.

Άρα, $\widehat{A} = \widehat{A}'$ επειδή είναι απέναντι από τις ίσες πλευρές ΒΔ και Β΄Δ΄ αντίστοιχα.



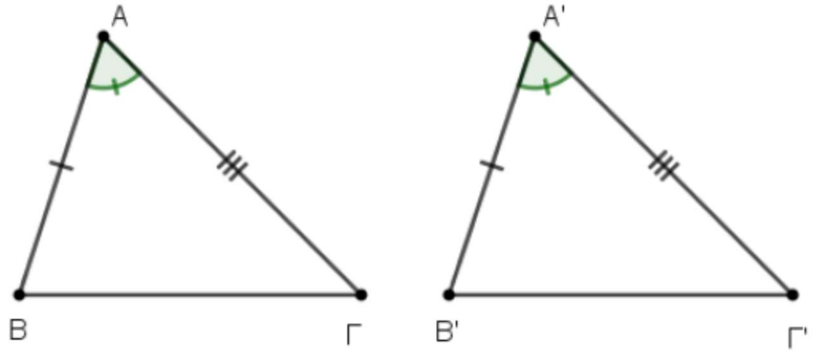
β) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και Α΄Β΄Γ΄ έχουν:

ΑΒ = Α΄Β΄, από υπόθεση,

ΑΓ = Α΄Γ΄, από υπόθεση,

$\widehat{A}=\widehat{A}'$, από το προηγούμενο ερώτημα.

Επομένως, τα τρίγωνα είναι ίσα επειδή έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες.




**ΘΕΜΑ Γ**

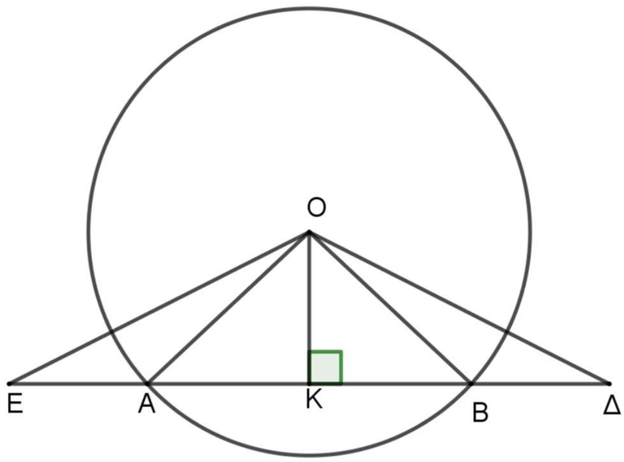
α) Στο τρίγωνο ΟΑΒ είναι ΟΑ=ΟΒ(ακτίνες) άρα $\widehat{OAB}=\widehat{OBA}$, οπότε $\widehat{OAE}=\widehat{OB\Delta}$ ως παραπληρωματικές ίσων γωνιών.

β) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΟΑΕ και ΟΒΔ:

ΟΑ=ΟΒ (ως ακτίνες) , ΑΕ=ΒΔ(δεδομένο), $\widehat{OAE}=\widehat{OB\Delta}$ (από α ερώτημα)
Άρα σύμφωνα με το κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα οπότε ΟΕ=ΟΔ.

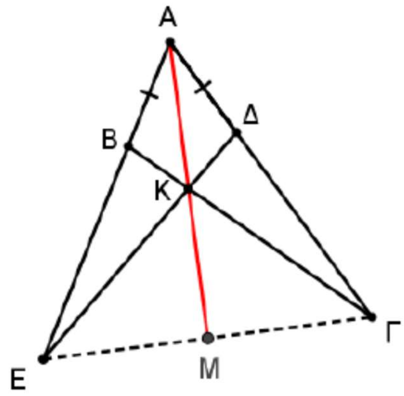
γ) Το τρίγωνο ΟΕΔ είναι ισοσκελές άρα το ύψος ΟΚ είναι και διάμεσος, οπότε ΚΕ=ΚΔ.

δ) Στο τρίγωνο ΟΚΕ η πλευρά ΟΕ είναι η μεγαλύτερη πλευρά αφού είναι απέναντι από την ορθή γωνία.



**ΘΕΜΑ Δ**

**α)** Τα τρίγωνα ΒΕΓ και ΔΕΓ έχουν:




- ΕΓ κοινή
- ΒΕ = ΔΓ ως διαφορά των ίσων τμημάτων ΑΕ, ΑΒ και ΑΓ, ΑΔ αντίστοιχα
- $A\hat{E}\Gamma = A\hat{\Gamma}E$, αφού ΕΑΓ ισοσκελές τρίγωνο

Από το κριτήριο Π-Γ-Π τα τρίγωνα ΒΕΓ και ΔΕΓ είναι ίσα οπότε έχουν και ΒΓ=ΔΕ αφού βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $A\hat{E}\Gamma$ και $A\hat{\Gamma}E$.

**β)** Επειδή τα τρίγωνα ΒΕΓ και ΔΕΓ είναι ίσα προκύπτει ότι $\Delta\hat{E}\Gamma = \Delta\hat{\Gamma}E$ οπότε το τρίγωνο ΚΕΛ είναι ισοσκελές, άρα ΕΚ= ΚΓ (1)

Τα τρίγωνα ΒΕΚ και ΔΚΓ έχουν:

- ΕΚ=ΚΓ, λόγω της (1)
- ΒΕ=ΔΓ, ως διαφορές των ίσων τμημάτων ΑΕ, ΑΒ και ΑΓ, ΑΔ αντίστοιχα
- $B\hat{E}K = \Delta\hat{\Gamma}K$ ως διαφορές των ίσων γωνιών $B\hat{E}\Gamma$, $K\hat{E}\Gamma$ και $\Delta\hat{\Gamma}E$, $K\hat{\Gamma}E$ αντίστοιχα

Από το κριτήριο Π-Γ-Π τα τρίγωνα ΒΕΚ και ΔΚΓ είναι ίσα, οπότε ισχύει και ΒΚ=ΚΔ ως απέναντι από τις ίσες πλευρές ΒΕ και ΓΔ.

**γ)** Τα τρίγωνα ΑΒΚ και ΑΚΔ είναι ίσα γιατί ΒΚ=ΚΔ από το (β) ερώτημα, ΑΚ κοινή και ΑΒ=ΑΔ.

Επομένως $B\hat{A}K = K\hat{A}\Delta$, οπότε η ΑΚ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$.

**δ)** Επειδή το τρίγωνο ΑΕΓ είναι ισοσκελές και η ΑΜ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$ , θα είναι διάμεσος και ύψος, άρα η ΑΜ είναι μεσοκάθετος της ΕΓ.