ΣΑΒΒΑΤΟ 10 ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2022

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ
ΦΥΣΙΚΗΣ Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: ΑΡΗΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

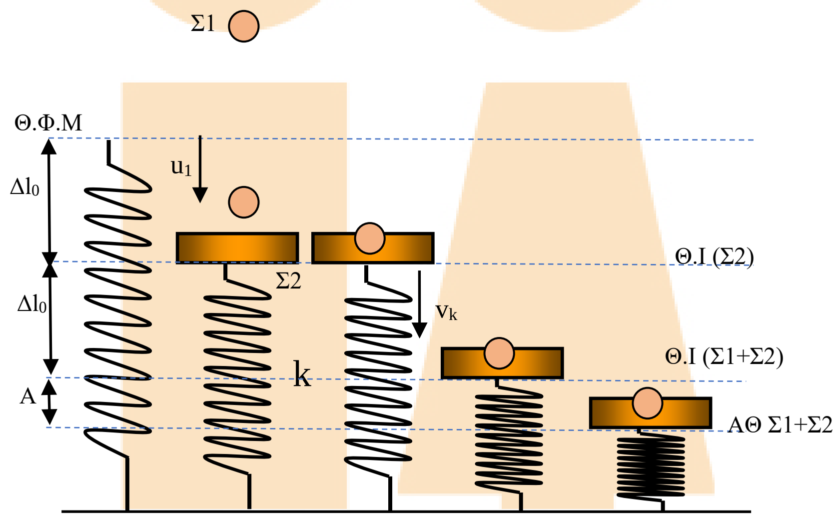
Α1. Γ Είναι $\frac{E_0}{E_1}=\frac{E_1}{E_2}=\frac{E_2}{E_3}=...=e^{0,02\cdot T}=e^{2\Lambda T}$ και $\frac{A_0}{A_1}=\frac{A_1}{A_2}=\frac{A_2}{A_3}=...=e^{\Lambda T}=e^{0,01T}$

Α2. Γ Ο θαλαμίσκος εκτελεί μεταφορική κίνηση και ο ανεμιστήρας μόνο στροφική

Α3. Δ Επειδή το επίπεδο έχει σταθερή κλίση έχουμε σταθερή επιτάχυνση κέντρου μάζας

Α4. Γ Από βασικό πρόβλημα του σχολικού

Α5. 1.Λ 1.Σ 3.Σ 4.Λ 5.Σ



ΘΕΜΑ Β

Β1. Α. Σωστή η α)

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση του σώματος Σ1 που εκτελεί ελεύθερη πτώση για να βρούμε την ταχύτητα u_1 με την οποία φτάνει στο σώμα Σ2

$W_B=\Delta K \Leftrightarrow mg2\Delta l_0=\frac{1}{2}mu_1^2-0 \Leftrightarrow u_1=2\sqrt{g\Delta l_0}$ (1)

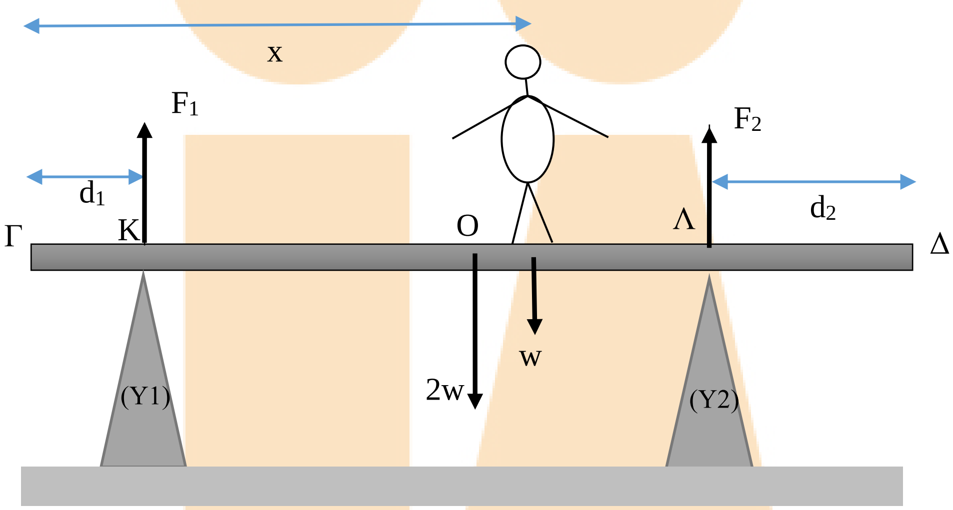
Εφαρμόζουμε ΑΔΟ για την κρούση των σωμάτων Σ1,Σ2 . Επιλέγουμε θετική φορά ορμής προς τα κάτω. $p_{\alpha\rho\chi(\Sigma)}=p_{\tau\varepsilon\lambda(\Sigma)} \Leftrightarrow m\cdot u_1 \Leftrightarrow (m+m)\cdot \text{v}_k \Leftrightarrow \text{v}_k=\frac{u_1}{2} \Leftrightarrow \text{v}_k=\sqrt{g\Delta l_0}$ (2)

Η θέση ισορροπίας ταλάντωσης του συσσωματώματος βρίσκεται ΔL_0 πιο κάτω από τη θέση ισορροπίας του Σ2 γιατί τα δυο σώματα έχουν την ίδια μάζα.

Αμέσως μετα την κρούση το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα v_k και απέχει $ΔL_0$ από την θέση ισορροπίας ταλάντωσής του.
ΑΔΕΤ:

$$E = K + U \Leftrightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m+m)v_k^2 + \frac{1}{2}k\Delta l_0^2 \Leftrightarrow$$
$$kA^2 = 2mv_k^2 + k\Delta l_0^2 \xrightarrow{(2)}$$
$$kA^2 = 2m(g\Delta l_0) + k\Delta l_0^2 \Leftrightarrow$$
$$kA^2 = 2(k\Delta l_0)\cdot\Delta l_0 + k\Delta l_0^2 \longrightarrow (\varepsilon\pi\varepsilon\iota\delta\acute{\eta}: \mathrm{mg} = \mathrm{k}\,\Delta\,\mathrm{l}_0)$$
$$kA^2 = 3k\Delta l_0^2 \Leftrightarrow A^2 = 3k\Delta l_0^2 \Leftrightarrow A = \sqrt{3\Delta l_0}$$

Β2. Σωστή η α)



Για μια τυχαία θέση στην οποία ο εργάτης απέχει x από το άκρο Α αθροίζουμε ροπές ως προς το σημείο στήριξης Λ.

$$\Sigma\tau = 0 \Leftrightarrow 2w\cdot(\mathrm{O\Lambda}) + w\cdot(\Gamma\Lambda - x) - \mathrm{F}_1\cdot(\mathrm{K\Lambda}) = 0 \Leftrightarrow$$
$$F_1 = \frac{2w\cdot(\mathrm{O\Lambda}) + w\cdot(\Gamma\Lambda - x)}{(\mathrm{K\Lambda})}$$

Αλλά : (ΟΛ)=2m   (ΓΛ)=6m   και (ΚΛ)=5m. Η παραπάνω σχέση γράφεται :

$$F_1 = \frac{2w\cdot 2 + w\cdot(6-x)}{5} \Leftrightarrow \boxed{F_1 = 2w - w\frac{x}{5}}$$

Για να μην ανατραπεί η δοκός, όταν ο εργάτης φτάνει στο άκρο Δ ,θα πρέπει να υπάρχει δύναμη στήριξης F_1 στο σημείο Κ.

Για το άκρο Δ ,x=8m οπότε $F_1 = 2w - w\frac{8}{5} = 0,4w \neq 0$. Άρα η δοκός δεν ανατρέπεται.

Β3. Σωστή η γ)

Αρχικά $f_\delta = 5Hz$ και $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{16\pi^2}{1}} = 2Hz$

Μειώνουμε την συχνότητα του διεγέρτη κατά 40% οπότε αποκτά νέα τιμή :
$f_\delta' = f_\delta - 40\% f_\delta = 5 - 0,4\cdot 5 = 3Hz$.

Για να έχουμε συντονισμό πρέπει $f_\delta' = f_0' \Leftrightarrow 3 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1}{m}} \Leftrightarrow 9 = \frac{1}{4\pi^2}\cdot\frac{k_1}{1} \Leftrightarrow k_1 = 36\pi^2\frac{N}{m}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Τα δυο σώματα μέχρι να φτάσουν στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου εκτελούν τμήμα απλής αρμονικής ταλάντωσης , ευρισκόμενα σε επαφή, η οποία ταλάντωση έχει πλάτος d=0,5m και κυκλική συχνότητα $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 20rad/s$

Τα σώματα φτάνουν στη ΘΦΜ με την μέγιστη ταχύτητα αυτού του τμήματος ταλάντωσης.
Είναι : $\boxed{u_0 = u_{\max} = \omega\cdot d = 10m/s}$

Στη θέση αυτή χάνεται η επαφή μεταξύ τους (Ν=Ν'=0) γιατί το Σ1 αρχίζει να επιβραδύνεται υπό την επίδραση της δύναμης του ελατηρίου. Το Σ2 από εκείνη στιγμή και μετα (t=0) εκτελεί ΕΟΚ με ταχύτητα $u_0 = 10m/s$.

Γ2. Το Σ1 ξεκινά από την θέση φυσικού μήκους, μια νέα ταλάντωση, με νέο πλάτος A_1 και νέα κυκλική συχνότητα $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = 40rad/s$. Επειδή η θέση ισορροπίας ταλάντωσης είναι η ΘΦΜ τότε : $u_0 = u_{\max} = \omega_1\cdot A_1 \Leftrightarrow 10 = 40\cdot A_1 \Leftrightarrow A_1 = 0,25m$

Την χρονική στιγμή t=0 το Σ1 διέρχεται από θέση ισορροπίας ταλάντωσής του με μέγιστη και θετική ταχύτητα οπότε φ_0=0.

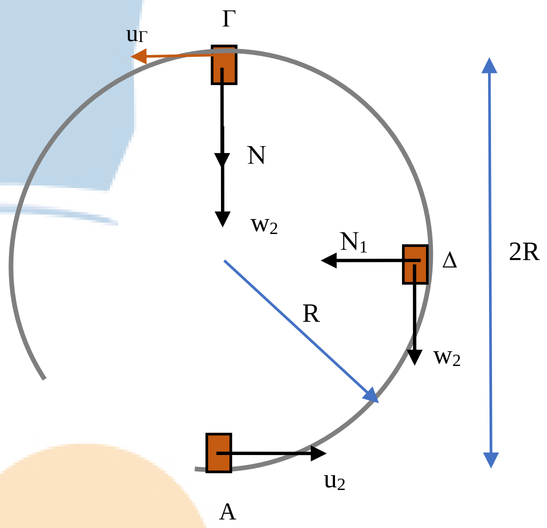
Η ζητούμενη εξίσωση είναι : $\boxed{y = 0,25\cdot\eta\mu(40t)}$ στο SI.

Γ3. ΘΜΚΕ για το σώμα Σ2 από τη στιγμή που εισέρχεται στο μη λείο επίπεδο μέχρι να φτάσει στον κυκλικό οδηγό με ταχύτητα u_2

$$W_T = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Leftrightarrow -\mu m_2 g\cdot S = \frac{1}{2}m_2\cdot u_2^2 - \frac{1}{2}m_2\cdot u_0^2 \Leftrightarrow -2\mu g\cdot S = u_2^2 - u_0^2 \Leftrightarrow$$

$$u_0^2 - 2\mu g\cdot S = u_2^2 \Leftrightarrow u_2 = \sqrt{u_0^2 - 2\mu g\cdot S} \Leftrightarrow u_2 = 6\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

Για να εξετάσουμε αν το σώμα Σ2 εκτελεί ανακύκλωση πρέπει να υπολογίσουμε την ελάχιστη ταχύτητα που πρέπει να έχει στο ανώτερο σημείο Γ της τροχιάς, έτσι ώστε να διέλθει από εκεί χωρίς να χάσει την επαφή από τον οδηγό.



Στο ανώτερο σημείο Γ με εφαρμογή του θεμελιώδη νόμου:

$$N + m_2 g = F_k \Leftrightarrow N + m_2 g = m_2 \frac{u_\Gamma^2}{R} \quad (1)$$

Η ελάχιστη ταχύτητα προκύπτει όταν η δύναμη από τον οδηγό N τείνει στο μηδέν και η αναγκαία κεντρομόλος είναι μόνο το βάρος του σώματος:

$$0 + m_2 g = m_2 \frac{u_{\Gamma(\min)}^2}{R} \Leftrightarrow u_{\Gamma(\min)}^2 = gR \Leftrightarrow u_{\Gamma(\min)} = \sqrt{gR} = 3m/s \quad (2)$$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για το Σ2 από τη θέση Α ,που έχει ταχύτητα u_2, στη θέση Γ για να βρούμε την ταχύτητα u_Γ με την οποία φτάνει στο ανώτερο σημείο Γ. Αν η ταχύτητα αυτή είναι μεγαλύτερη από την $u_{\Gamma(\min)}$ τότε ,λόγω της ΑΔΜΕ, το Σ2 εκτελεί ανακύκλωση στον οδηγό.

$$W_B = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Leftrightarrow -m_2 g \cdot 2R = \frac{1}{2} m_2 \cdot u_\Gamma^2 - \frac{1}{2} m_2 \cdot u_2^2 \Leftrightarrow -4g \cdot R = u_\Gamma^2 - u_2^2$$

$$\Leftrightarrow u_\Gamma = \sqrt{u_2^2 - 4g \cdot R} \Leftrightarrow u_2 = \sqrt{72 - 36} = \sqrt{36} = 6m/s \Leftrightarrow u_\Gamma = 6m/s > u_{\Gamma(mim)}$$

Από το αποτέλεσμα βλέπουμε ότι το Σ2 εκτελεί ανακύκλωση στον οδηγό.

Γ4. Όπως βλέπουμε στο σχήμα ,στο σημείο Δ ,το οποίο απέχει y_1=R από το δάπεδο, το Σ2 δέχεται δυο δυνάμεις το βάρος και την δύναμη N_1 από τον οδηγό. Η δύναμη N_1 ,και μόνο αυτή ,είναι η κεντρομόλος δύναμη στη θέση αυτή. Έστω u_Δ η ταχύτητα του Σ2 στη θέση Δ.

$$F_k = N_1 = m_2 \frac{u_\Delta^2}{R} \quad (3)$$

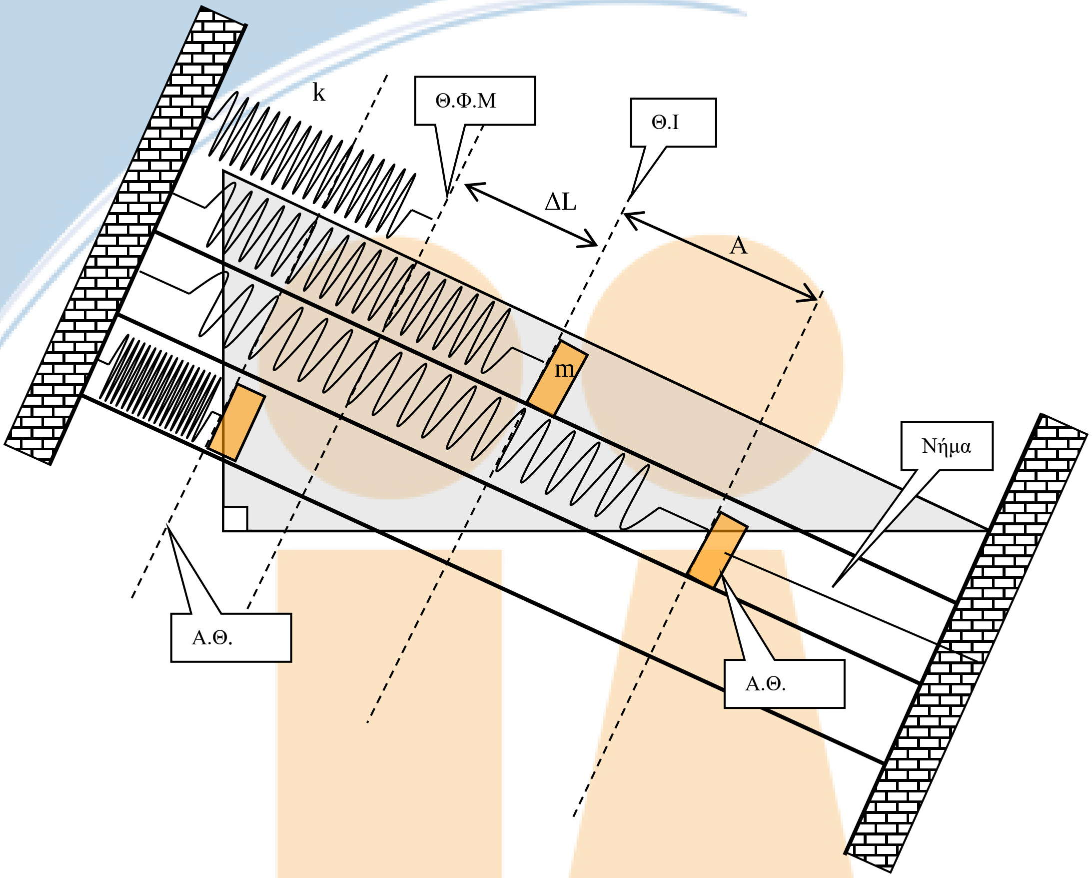
Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για το Σ2 από τη θέση Α ,που έχει ταχύτητα u_2, στη θέση Δ για να βρούμε την ταχύτητα u_Δ.

$$W_B = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Leftrightarrow -m_2 g \cdot R = \frac{1}{2} m_2 \cdot u_\Delta^2 - \frac{1}{2} m_2 \cdot u_2^2 \Leftrightarrow -2g \cdot R = u_\Delta^2 - u_2^2$$

$$\Leftrightarrow u_\Delta = \sqrt{u_2^2 - 2g \cdot R} \Leftrightarrow u_\Delta = \sqrt{54}\,\frac{m}{s}$$

Από τη σχέση (3) έχουμε $N_1 = m_2 \frac{u_\Delta^2}{R} = \frac{3}{2}\cdot\frac{54}{0,9} \Leftrightarrow N_1 = 90N$.

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Από την γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας του σώματος (Σ) σε συνάρτηση με την ταχύτητα ταλάντωσής του, $K = \frac{1}{2} m \cdot u^2$, προκύπτουν τα εξής:

$\mathrm{E} = K_{\max} = \frac{1}{2} m \cdot u_{\max}{}^2 = 8J$ (1) και $u_{\max} = 2m/s$

Επίσης το σώμα σταματά στιγμιαία για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,2\pi s$ ξεκινώντας ακίνητο από ακραία θέση της ταλάντωσής του. Αρά $t_1 = 0,2\pi s = \frac{T}{2} \Leftrightarrow T = \frac{2\pi}{5} s \Leftrightarrow \omega = 5 rad/s$

Από την σχέση (1) $\frac{1}{2} m \cdot 2^2 = 8 \Leftrightarrow m = 4kg$

και επειδή $u_{\max} = 2m/s = \omega \cdot A \Leftrightarrow A = 0,4m$

Η σταθερά Κ του ελατηρίου είναι $D = k = m \cdot \omega^2 = 100 \frac{N}{m}$

Δ2. Το σώμα στην αρχική ισορροπία του, πριν κοπεί το νήμα ,δέχεται τρεις δυνάμεις στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου. Τη συνιστώσα του βάρους $w_x = mg \cdot \eta\mu\varphi$ με φορά προς τα κάτω, την τάση του νήματος Τ με φορά προς τα κάτω και δεσμευτικά την δύναμη του ελατηρίου με φορά προς τα πάνω. Το ελατήριο είναι επιμηκυμένο κατά ΔL+A όπως φαίνεται στο σχήμα.

Ισορροπία (Σ) με το νήμα : $\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow mg \cdot \eta\mu\varphi + T_N - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \Leftrightarrow T_N = F_{\varepsilon\lambda} - mg \cdot \eta\mu\varphi \Leftrightarrow$
$T_N = k \cdot (\Delta L + A) - mg \cdot \eta\mu\varphi (1)$

Από την θέση ισορροπίας ταλάντωσης του σώματος (Σ) στον άξονα x που είναι παράλληλος του κεκλιμένου επιπέδου :

$mg \cdot \eta\mu\varphi = F_{\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow mg \cdot \eta\mu\varphi = k \cdot \Delta L (2) \Leftrightarrow \Delta L = 0,2m$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε : $\boxed{T_N = k \cdot A = 40N}$

Δ3. Είναι $y = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$.

Αλλά: Α=0,4m , $\omega = 5 rad/s$ και την χρονική στιγμή t=0 το σώμα βρίσκεται στη θετική ακραία θέση y=+A. Για την αρχική φάση : $A = A \cdot \eta\mu(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \Leftrightarrow \eta\mu(\varphi_0) = 1 \Leftrightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

Τελικά : $\boxed{y = 0,4\eta\mu(5t + \frac{\pi}{2})}$ στο SI.

Δ4. Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα (Σ) βρίσκεται στην αρνητική ακραία θέση y=-A και το ελατήριο στη θέση αυτή είναι συσπειρωμένο κατά x=A-ΔL

$$\frac{U_{\varepsilon\lambda}}{U} = \frac{\frac{1}{2}k(A - \Delta L)^2}{\frac{1}{2}k(-A)^2} = \frac{0,2^2}{0,4^2} = \frac{1}{4}$$

Δ5. Όταν το σώμα (Σ) διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου βρίσκεται σε απομάκρυνση y_1=-0,2m και έχει αρνητική φορά κίνησης, με μέτρο ταχύτητας u_1.

Από τη θεωρία : $\frac{dU}{dt} = -\frac{dK}{dt} = -\Sigma F_1 \cdot u_1$ (3).

Με ΑΔΕΤ βρίσκουμε την u_1 :

$$E = K + U \Leftrightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}k \cdot y_1^2 \Leftrightarrow u_1 = -\omega\sqrt{A^2 - y_1^2} \Leftrightarrow u_1 = -\sqrt{3}\frac{m}{s}$$

Επίσης : $\Sigma F_1 = -D \cdot y = -k \cdot y_1 = -100 \cdot (-0,2) = +20\,\mathrm{N}$

Από τη σχέση (3) : $\boxed{\frac{dU}{dt} = -\Sigma F_1 \cdot u_1 = 20\sqrt{3}\frac{J}{s}}$