

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: ΑΓΓΕΛΙΚΗ ΑΔΑΜΑΝΤΙΑΔΟΥ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. i) Τι ονομάζουμε n -οστή ρίζα ενός μη-αρνητικού αριθμού a ;

(8 μονάδες)

ii) Να αποδείξετε ότι για $a, \beta \geq 0$ ισχύει: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{a \cdot \beta}$

(7 μονάδες)

B. Ελέγξτε αν καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι **σωστή** ή **λάθος**.

α) Αν $a < \beta$ και $\gamma < 0$ τότε: $\frac{a}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$

β) $(a + \beta)^3 = a^3 + \beta^3$

γ) Αν $a, \beta \geq 0$ τότε $\sqrt[n]{a + \beta} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{\beta}$

δ) Ισχύει ότι $d(a, \beta) = d(\beta, a)$ για κάθε $a, \beta \in \mathbb{R}$

ε) Ισχύει η ισοδυναμία: $a^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ ή $\beta = 0$

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο (Τράπεζα Θεμάτων)

A. Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς x, y ισχύει:

$$(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10$$

(12 μονάδες)

B. Να βρείτε τους αριθμούς x, y ώστε: $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10 = 0$

(13 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^ο (Τράπεζα Θεμάτων)

A. Δίνεται η παράσταση: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

α) Να δείξετε ότι: $A = 4$.

(Μονάδες 6)

β) Να λύσετε την εξίσωση: $|x+A|=1$.

(Μονάδες 4)

B. Αν $2 \leq x \leq 3$ και $1 \leq y \leq 2$, να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών κυμαίνεται η τιμή καθεμιάς από τις παρακάτω παραστάσεις:

α) $x + y$

(Μονάδες 6)

β) $2x - 3y$

(Μονάδες 5)

γ) $\frac{x}{y}$

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ 4^ο

Για τους πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει ότι :

$$|\alpha - 2| < 1 \quad \text{και} \quad d(\beta, -3) < 2$$

A. Να δείξετε ότι : $1 < \alpha < 3$ και $-5 < \beta < -1$ και να δοθεί η γεωμετρική ερμηνεία των παραπάνω σχέσεων.

(8 μονάδες)

B. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A = \frac{|\alpha - 3|}{\alpha - 3} + \frac{|\beta + 5|}{5 + \beta}$$

(7 μονάδες)

Γ. Να αποδείξετε ότι : $\frac{(3\alpha - 1)^2 - 6|\alpha - 3| + 1}{|5\alpha - 5| - 2\alpha + 9} = 3\alpha - 4$

(5 μονάδες)

Δ. Να εξετάσετε αν υπάρχουν τιμές των α, β τέτοιες ώστε :

$$|\alpha - \beta + 1| + |2\alpha + \beta - 7| = 0$$

(5 μονάδες)

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!