

ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

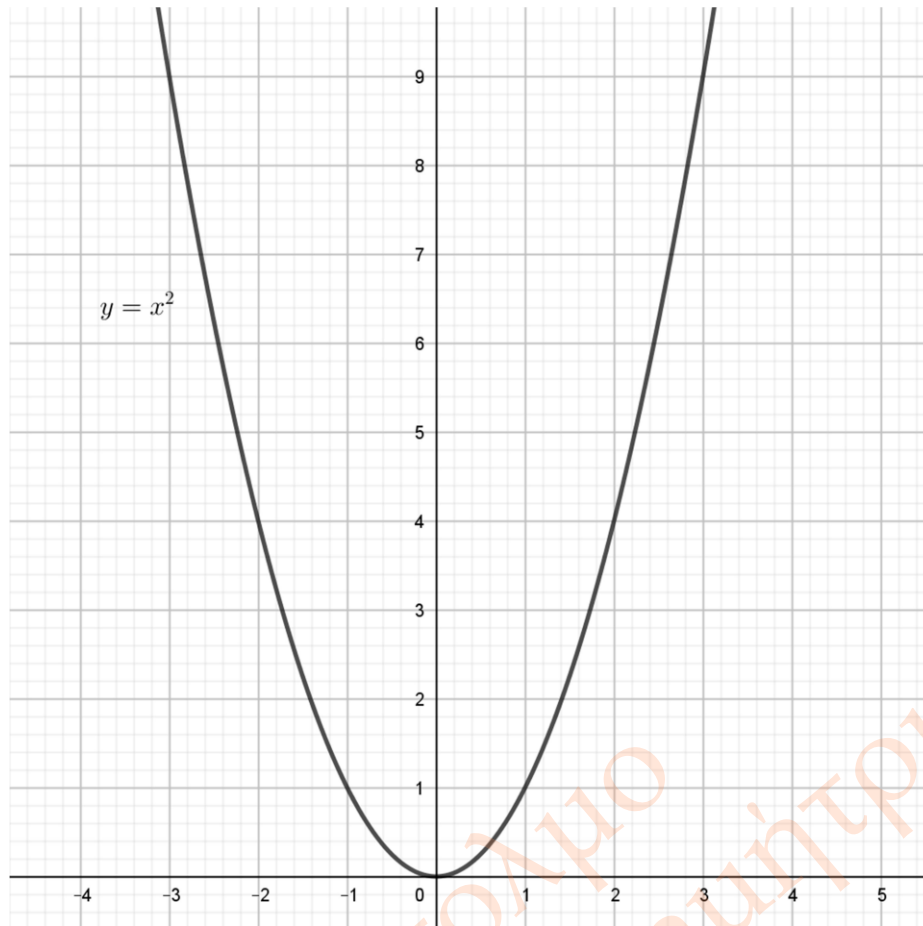
ΘΕΜΑ 1^ο

- A. i) Πότε μια συνάρτηση f ονομάζεται άρτια; **(8 μονάδες)**
ii) Πότε μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A , λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ ολικό ελάχιστο; **(7 μονάδες)**
- B. Ελέγξτε αν καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι **σωστή** ή **λάθος**.
- α) Αν ένα γραμμικό σύστημα 2×2 έχει μοναδική λύση, τότε οι εξισώσεις του παριστάνουν δύο ευθείες παράλληλες.
β) Η γραφική παράσταση κάθε άρτιας συνάρτησης έχει άξονα συμμετρίας τον άξονα $x'x$.
γ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με $f(x) = |x - 2|$, προκύπτει από μία μετατόπιση της γραφικής παράστασης της $\varphi(x) = |x|$ κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά.
δ) Υπάρχει γνησίως μονότονη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει :
 $f(0) < f(1) < f(2)$
ε) Υπάρχει συνάρτηση που δεν έχει ούτε μέγιστο ούτε ελάχιστο. **(10 μονάδες)**

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 5$, $x \in \mathbb{R}$.

- α) Να δείξετε ότι η f γράφεται στη μορφή $f(x) = (x - 2)^2 + 1$. **(10 μονάδες)**
- β) Να αναφέρετε τις μετατοπίσεις της $y = x^2$ ώστε να προκύψει η γραφική παράσταση της συνάρτησης f , την οποία και να χαράξετε στο σύστημα συντεταγμένων που ακολουθεί. **(15 μονάδες)**



ΘΕΜΑ 3^ο

A. Για μια γνησίως μονότονη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύει $f(5) = 2$ και $f(4) = 9$.

α) Να προσδιορίσετε το είδος της μονοτονίας της f αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(8 μονάδες)

β) Να λύσετε την ανίσωση $f(5 - 3x) < 2$.

(5 μονάδες)

B. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: 2x + y = 6$ και $\varepsilon_2: x - 2y = -2$.

α) Να προσδιορίσετε αλγεβρικά το κοινό τους σημείο M.

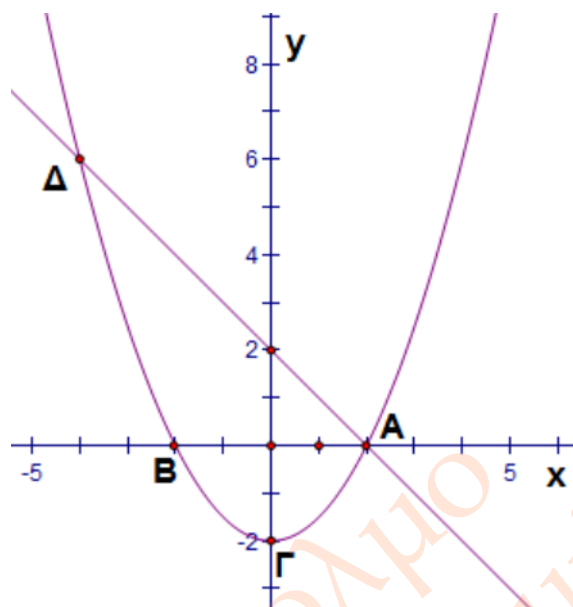
(8 μονάδες)

β) Να δείξετε ότι η ευθεία $\varepsilon_3: 3x + y = 8$ διέρχεται από το M.

(4 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4^ο

Στο σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις μιας παραβολής $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$ με $a \neq 0$ και μιας ευθείας $g(x) = -x + 2$.



α) Αν η C_f διέρχεται από τα σημεία A, B, Γ να δείξετε ότι $a = \frac{1}{2}$, $\beta = 0$, $\gamma = -2$.

(8 μονάδες)

β) Να βρεθούν αλγεβρικά οι συντεταγμένες των κοινών σημείων της παραβολής και της ευθείας.

(7 μονάδες)

γ) Αν $h(x)$ είναι η συνάρτηση που προκύπτει αν μετατοπίσουμε την παραβολή κατά 4,5 μονάδες προς τα πάνω, να δείξετε ότι η ευθεία και η C_h θα έχουν ένα μόνο κοινό σημείο.

(5 μονάδες)

δ) Να λύσετε την εξίσωση $h(2a^2 - 10a + 4) - h(a - 1) = 0$.

(5 μονάδες)

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ