ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Γ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ 9/5/2021

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Α

Α.2 Γ

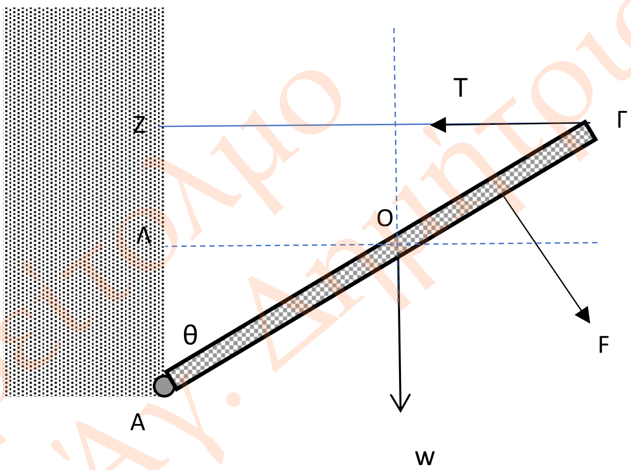
Α3. Δ

Α4. Γ

1. Λ 2. Λ 3. Λ 4. Σ 5 .Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. ΣΩΣΤΗ Η β)



Στη ράβδο εκτός από τη δύναμη F που ασκείται κάθετα σε αυτή σε απόσταση 3L/4 από το Α ασκείται η οριζόντια τάση του νήματος και το κατακόρυφο βάρος w που ασκείται στο κέντρο μάζας της. Η δύναμη στην άρθρωση έχει τυχαία διεύθυνση και επειδή θα αθροίσουμε ροπές ως προς το σημείο Α δεν επηρεάζει τη λύση του θέματος.

Ισορροπία ράβδου :

$\Sigma\tau = 0$ ως προς το σημείο Α με θετική φορά την αριστερόστροφη.

$$\tau_F + \tau_W + \tau_T + \tau_{F_A} = 0 \Leftrightarrow$$

$$-F\frac{3L}{4} - w(\mathrm{O\Lambda}) + T(\mathrm{AZ}) = 0 \Leftrightarrow$$

$$-F\frac{3L}{4} - w\frac{L}{2}\eta\mu\theta + TL\sigma\upsilon\nu\theta = 0 \Leftrightarrow$$

$$T\sigma\upsilon\nu\theta = F\frac{3}{4} + w\frac{1}{2}\eta\mu\theta \Leftrightarrow T\cdot 0,8 = \frac{w}{5}\frac{3}{4} + \frac{w}{2}\cdot 0,6 \Leftrightarrow T\cdot 0,8 = \frac{9w}{20} \Leftrightarrow T = \frac{9w}{16}$$

Β2. ΣΩΣΤΗ Η δ)

Σύγκριση με τη γενική μορφή :

$$x = 2A\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)\cdot\eta\mu\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right)$$

x = 0,4συν(4π·t)ημ(402π·t).

Αρά : $2A = 0,4m \Leftrightarrow A = 0,2m$, $\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} = 4\pi rad/s$, $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = 402\pi rad/s$

Επειδή $\omega_2 = 404\pi rad/s$ έχουμε : $\frac{\omega_1 + 404\pi}{2} = 402\pi \Leftrightarrow \omega_1 = 400\pi rad/s$

Οι εξισώσεις x_1 = 0,2ημ($\omega_1 \cdot t$) και x_3 = A_3ημ($\omega_1 \cdot t$ + π/2) έχουν την ίδια κυκλική συχνότητα ω_1, διαφορά φάσης π/2 και η σύνθεση τους δίνει την x΄= 0,4ημ($\omega_1 \cdot t$ + θ)

Από τον τύπο του πλάτους της συνισταμένης κίνησης :

$$A_{ολ} = \sqrt{A_1^2 + A_3^2 + 2A_1A_3 \cdot συν\frac{\pi}{2}} \Leftrightarrow 0,4 = \sqrt{(0,2)^2 + A_3^2 + 0} \Leftrightarrow$$

$$0,16 = 0,04 + A_3^2 \Leftrightarrow A_3 = 0,2\sqrt{3}m$$

Για την γωνιά θ που είναι η αρχική φάση της συνιστάμενης κίνησης έχουμε :

$$εφθ = \frac{A_3 \cdot ημ\frac{\pi}{2}}{A_1 + A_3 \cdot ημ\frac{\pi}{2}} = \frac{0,2\sqrt{3}}{0,2+0} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

Β3. ΣΩΣΤΗ Η γ)

Εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli για δυο σημεία ρευματικής γραμμής, το Ε που βρίσκεται στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού και το Δ που βρίσκεται στο μέτωπο της εξερχόμενης φλέβας στον σωλήνα. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι ίση με το μηδέν στην οριζόντια που διέρχεται από το μέσο των διατομών του σωλήνα ΓΔ.

$p_{atm} + \rho gh + \frac{1}{2}\rho u_E^2 = p_{atm} + 0 + \frac{1}{2}\rho u_\Delta^2$ και επειδή $u_E = 0$ προκύπτει $u_\Delta = \sqrt{2gh}$ (1).

Εξίσωση συνέχειας: $A_\Gamma \cdot u_\Gamma = A_\Delta \cdot u_\Delta \Leftrightarrow A \cdot u_\Gamma = \frac{A}{2} \cdot \sqrt{2gh} \Leftrightarrow u_\Gamma = \frac{\sqrt{2gh}}{2}$ (2).

Εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli για τα σημεία Γ και Δ της ιδίας οριζόντιας ρευματικής γραμμής που ταυτίζεται με το επίπεδο βαρυτικής δυναμικής ενέργειας.

$$p_\Gamma + + \frac{1}{2}\rho u_\Gamma^2 = p_{atm} + \frac{1}{2}\rho u_\Delta^2 \Leftrightarrow$$

$$p_{atm} + \rho gh' + \frac{1}{2}\rho(\frac{\sqrt{2gh}}{2})^2 = p_{atm} + \frac{1}{2}\rho(\sqrt{2gh})^2 \Leftrightarrow$$

$$2gh' = 2gh - \frac{2gh}{4} \Leftrightarrow h' = \frac{3h}{4}$$

ΘΕΜΑ Γ

Επειδή η τάση του νήματος Τ είναι μεγαλύτερη από το βάρος του Σ2 το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά x.

Γ1. Ισορροπία του Σ2 όταν είναι δεμένο στο νήμα:

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow T = m_2 g + F_{\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow$$

$$60 = 40 + 200 \cdot x \Leftrightarrow x = 0{,}1m$$

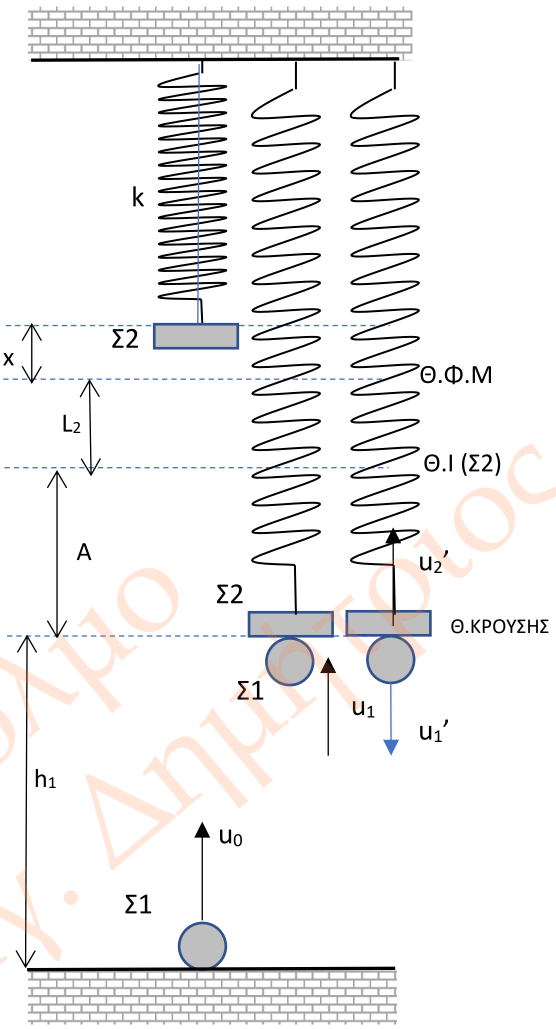
Στη θέση ισορροπίας ταλάντωσης του Σ2 το ελατήριο είναι επιμηκυμένο κατά L_2.

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow m_2 g - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m_2 g = k \cdot L_2 \Leftrightarrow$$

$$L_2 = \frac{m_2 g}{k} \Leftrightarrow L_2 = 0{,}2m$$

Το σώμα Σ2 μέχρι να συγκρουστεί με το Σ1 εκτελεί τμήμα ΑΑΤ με πλάτος $A = x + L_2 = 0{,}3m$ κινούμενο από την πάνω ακραία θέση στην κάτω ακραία θέση. Συνολικά μέχρι να γίνει η κρούση το Σ2 διανύει κατακόρυφη απόσταση $2A = 0{,}6m$.



Γ2. ΘΜΚΕ για το Σ1 από τη στιγμή της εκτόξευσης μέχρι τη θέση που βρίσκεται ελάχιστα πριν την κρούση.

$$W_B = K_{TE\Lambda} - K_{APX} \Leftrightarrow -m_1 g h_1 = \frac{1}{2} m_1 \cdot u_1^{\,2} - \frac{1}{2} m_1 \cdot u_0^{\,2} \Leftrightarrow$$

$$-2gh_1 = u_1^{\,2} - u_0^{\,2} \Leftrightarrow u_1^{\,2} = u_0^{\,2} - 2gh_1 \Leftrightarrow$$

$$u_1 = \sqrt{u_0^{\,2} - 2gh_1} = \sqrt{100 - 82} = 3\sqrt{2}\,\frac{m}{s}$$

Γ3. Από εκφώνηση $m_1 = \frac{m_2}{3} \Leftrightarrow m_2 = 3m_1$.

Ελαστική κρούση : $u_2{}' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 = \frac{2m_1}{4m_1} u_1 = \frac{u_1}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{2}\,\frac{m}{s}$.

Έστω Α' το νέο πλάτος της νέας ΑΑΤ που εκτελεί το Σ2 μετά την κρούση ως προς την ίδια θέση ισορροπίας. Αμέσως μετά την κρούση το Σ2 απέχει Α από τη θέση ισορροπίας του και έχει ταχύτητα $u_2{}'$.

Ολική ενέργεια πριν την κρούση : $E = \frac{1}{2} k \cdot A^2 = \frac{1}{2} 200 \cdot 0{,}09 = 9J$

Ολική ενέργεια μετά την κρούση , ΑΔΕΤ : $E' = \frac{1}{2}k \cdot A^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot u'^2_2 = 9J + 9J = 18J$

Επειδή η ολική ενέργεια ταλάντωσης του Σ2 διπλασιάστηκε <u>η ποσοστιαία αύξηση της ολικής ενέργειας είναι 100%.</u>

Γ4. Είναι: $y = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$

Για το πλάτος: $E' = \frac{1}{2}k \cdot A'^2 \Leftrightarrow 18 = \frac{1}{2}200 \cdot A'^2 \Leftrightarrow A' = 0,3\sqrt{2}m$

Για το ω: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_2}} = \sqrt{\frac{200}{4}} = 5\sqrt{2}\frac{rad}{2}$

Για την αρχική φάση: Τη χρονική στιγμή t=0 το Σ2 βρίσκεται στη θέση y=-A=-0,3m και έχει θετική ταχύτητα , οπότε :

$-0,3 = 0,3\sqrt{2} \cdot \eta\mu(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \Leftrightarrow \eta\mu\varphi_0 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow ...\varphi_0 = \frac{7\pi}{4}$.

Τελικά : $\boxed{y = 0,3\sqrt{2} \cdot \eta\mu(5\sqrt{2}t + \frac{7\pi}{4})}$.

Γ5. Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατήριου δίνεται από τον τύπο : $\frac{dU_{\varepsilon\lambda}}{dt} = -F_{\varepsilon\lambda} \cdot u$ με τις αλγεβρικές τιμές των διανυσματικών μεγεθών που εμφανίζονται στον τύπο. Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητάς του Σ2 μηδενίζεται για πρώτη φορά μετά την κρούση όταν το Σ2 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα $u_{\max} = \omega \cdot A' = 5\sqrt{2} \cdot 0,3\sqrt{2} = 3m/s$.

Ομοίως θετική φορά έχει εκεί η δύναμη ελατήριου αφού το ελατήριο είναι επιμηκυμένο κατά L_2 και είναι $F_{\varepsilon\lambda} = k \cdot L_2 = 40N$

Με αντικατάσταση : $\boxed{\frac{dU_{\varepsilon\lambda}}{dt} = -120\frac{J}{s}}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου B_2 έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Για να ισορροπεί ο αγωγός ΚΛ θα δέχεται τη δύναμη βάρους προς τα κάτω οπότε η δύναμη Laplace θα έχει φορά προς τα πάνω. Το ρεύμα στον αγωγό ΚΛ πρέπει να έχει φορά από το Λ προς το Κ με την εφαρμογή του κανόνα των τριών δάκτυλων του δεξιού χεριού.

Για να έχει το κλειστό κύκλωμα που δημιουργείται από το κυκλικό πλαίσιο και τον αγωγό ΚΛ αυτή τη φορά του ρεύματος στον ΚΛ, πρέπει το ρεύμα στο κυκλικό πλαίσιο να έχει φορά αριστερόστροφη. Αυτή η φορά δηλώνει ότι το ρεύμα από επαγωγή στο πλαίσιο αντιστέκεται στο αίτιο που το προκαλεί δημιουργώντας μαγνητικό πεδίο $B_{\Pi\Lambda}$ με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη (εφαρμογή του κανόνα του δεξιού χεριού στον κυκλικό αγωγό). Στην περίπτωση μας το μαγνητικό πεδίο αυτό

αντιστέκεται στην αύξηση της ροής μέσα από το πλαίσιο λόγω της μεταβολής του μαγνητικού πεδίου έντασης B_2 .
Τα παραπάνω δηλώνουν ότι το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου πρέπει να αυξάνεται οπότε $\frac{\Delta B_2}{\Delta t} > 0$.

Δ2. $R_{ολ} = R_1 + R_2 = R_1 + N \cdot 2\pi a \cdot R^* = 2 + 20 \cdot 2\pi \frac{1}{2} \cdot \frac{0,1}{\pi} = 2 + 2 = 4\Omega$

Από την ισορροπία του αγωγού ΚΛ βρίσκουμε το επαγωγικό ρεύμα στο κύκλωμα:

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow mg - F_L = 0 \Leftrightarrow mg = B_1 \cdot I_{επ} \cdot l \Leftrightarrow I_{επ} = \frac{mg}{B_1 \cdot l} \Leftrightarrow I_{επ} = 5A$$

Η τάση από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο έχει τιμή από τον νομό του Ohm:

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} \Leftrightarrow E_{επ} = I_{επ} \cdot R_{ολ} \Leftrightarrow E_{επ} = 20V$$

Από τον νομό της επαγωγής :

$$E_{επ} = N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Leftrightarrow E_{επ} = N \cdot \frac{\Delta B_2 \cdot S}{\Delta t} \Leftrightarrow E_{επ} = N \cdot \frac{\Delta B_2}{\Delta t} \cdot S \Leftrightarrow \frac{\Delta B_2}{\Delta t} = \frac{E_{επ}}{N \cdot S} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\Delta B_2}{\Delta t} = \frac{E_{επ}}{N \cdot \pi \cdot \alpha^2} \Leftrightarrow \frac{\Delta B_2}{\Delta t} = \frac{4}{\pi} \frac{T}{s}$$

Δ3. Η κατάργηση του μαγνητικού πεδίου έντασης B_2 σχεδόν ακαριαία (όχι αμέσως) μηδενίζει την τάση από επαγωγή στο πλαίσιο οπότε μηδενίζεται και το ρεύμα στο κλειστό κύκλωμα. Ο αγωγός ΚΛ κινούμενος εντός του μαγνητικού πεδίου έντασης B_1 επιταχύνεται αρχικά από το βάρος του, αποκτά ταχύτητα, αναπτύσσεται σε αυτόν επαγωγική τάση και το κλειστό κύκλωμα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα με ηλεκτρική πηγή τώρα τον αγωγό ΚΛ. Σύμφωνα με τον κ. Lenz τη ρεύμα στον ΚΛ έχει τέτοια φορά έτσι ώστε να αναπτυχθεί δύναμη Laplace με φορά αντίθετη του βάρους.
Γενικά : $\Sigma F = m \cdot \alpha \Leftrightarrow mg - F_L = m \cdot \alpha$

Έστω u_1 η ταχύτητα του ΚΛ τη στιγμή που έχει επιτάχυνση a_1 και I_1 το ρεύμα στο κλειστό κύκλωμα. Διαδοχικά έχουμε :

$$\rightarrow mg - F_{L1} = m \cdot \alpha_1 \Leftrightarrow F_{L1} = mg - m \cdot \alpha_1 \Leftrightarrow F_{L1} = 5 - 2,5 = 2,5\text{N}$$

$$\rightarrow F_{L1} = B_1 \cdot I_1 \cdot L \Leftrightarrow I_1 = \frac{F_{L1}}{B_1 \cdot L} = \frac{2,5}{1} = 2,5A$$

$$\rightarrow I_1 = \frac{B_1 \cdot u_1 \cdot L}{R_{ολ}} \Leftrightarrow u_1 = 10\frac{m}{s}$$

$$\rightarrow K_{ΚΛ} = \frac{1}{2} m \cdot u_1^2 = 25J$$

Δ4. Την χρονική στιγμή $t=t_1$ ο αγωγός ΚΛ δέχεται :
α) την δύναμη του βάρους του $mg = 5\text{N}$ με φορά προς τα κάτω.
β) την δύναμη $F_{L1} = 2,5\text{N}$ με φορά προς τα πάνω.
γ) Την συνολική δύναμη τριβής T=4N με φορά προς τα πάνω.

Δάφνη - Αγ. Δημήτριος Αριστολμο

Αμέσως ο αγωγός ΚΛ αντί να επιταχύνεται με επιτάχυνση α_1 προς τα κάτω αρχίζει να επιβραδύνεται επειδή εκείνη τη στιγμή : $\Sigma F = mg - F_{L_1} - \mathrm{T} = -1,5\mathrm{N}$.

Η επιβράδυνση του αγωγού ΚΛ μειώνει την ταχύτητα $\rightarrow$μειώνει την τάση από επαγωγή $\rightarrow$μειώνει το επαγωγικό ρεύμα $\rightarrow$μειώνει τη δύναμη Laplace $\rightarrow$ οδηγεί τον αγωγό σε οριακή ταχύτητα όταν η συνισταμένη δύναμη γίνει ίση με το μηδέν. Όταν σταθεροποιείται ο ρυθμός μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του αγωγού $\frac{dU_{\mathrm{B}}}{dt} = -mg \cdot u$ τότε σταθεροποιείται η ταχύτητά του, οπότε εκείνη ακριβώς τη στιγμή $t=t_2$ αποκτά οριακή ταχύτητα.

Για την οριακή ταχύτητα : $\Sigma F = 0 \Leftrightarrow mg - F_{L o\rho} - \mathrm{T} = 0 \Leftrightarrow F_{L o\rho} = 1\mathrm{N}$

Αλλά : $F_{L o\rho} = \mathrm{B}_1 \cdot I_{o\rho} \cdot L \Leftrightarrow F_{L o\rho} = \mathrm{B}_1 \cdot (\frac{B_1 u_{o\rho} L}{R_{o\lambda}}) \cdot L \Leftrightarrow u_{o\rho} = \frac{F_{L o\rho} \cdot R_{o\lambda}}{B_1^2 \cdot L^2}$

με αντικατάσταση : $u_{o\rho} = 4\frac{m}{s}$.

Δ5. Η θερμότητα που εκλύεται στις αντιστάσεις του κλειστού κυκλώματος στο χρονικό διάστημα από t_1 έως t_2 είναι αριθμητικά ίση με το έργο της δύναμης Laplace στο ίδιο χρονικό διάστημα.

ΘΜΚΕ για τον αγωγό ΚΛ από t_1 έως t_2 .

$$W_B + W_T + W_{FL} = K_{TE\Lambda} - K_{\mathrm{APX}} \Leftrightarrow$$

$$mg\Delta y - T \cdot \Delta y + W_{FL} = \frac{1}{2} m \cdot u_{o\rho}{}^2 - \frac{1}{2} m \cdot u_1{}^2 \Leftrightarrow$$

$$(5-4) \cdot 15 + W_{FL} = \frac{1}{4} \cdot 16 - \frac{1}{4} \cdot 100 \Leftrightarrow W_{FL} = -36J$$

Αρά η θερμότητα που εκλύεται είναι $Q = 36J$.

Δάφνη - Αγ. Δημήτριος Αριστολμό