Λύσεις Διαγωνίσματος Γεωμετρίας 9-5-2021

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό σελίδα 109

Α2. Σχολικό σελίδα 107

Α3. α-Λ, β-Σ, γ-Σ

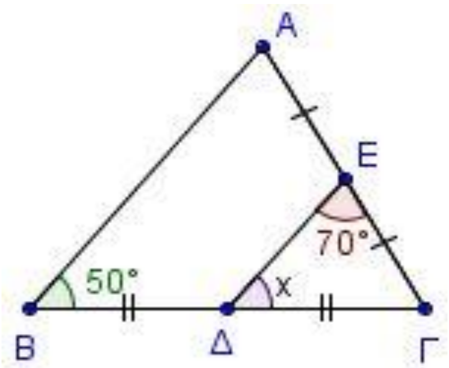
Α4. α-Ορθογώνιο, β-Τετράγωνο, γ-Ίσες

Α5. $\text{ΑΒ} = \text{ΓΔ} + \dfrac{\text{ΒΓ}}{2} = 2x + 4x = 6x$

$$\text{ΕΖ} = \frac{\text{ΓΔ} + \text{ΑΒ}}{2} = \frac{2x + 6x}{2} = 4x$$

Το β.

ΘΕΜΑ Β

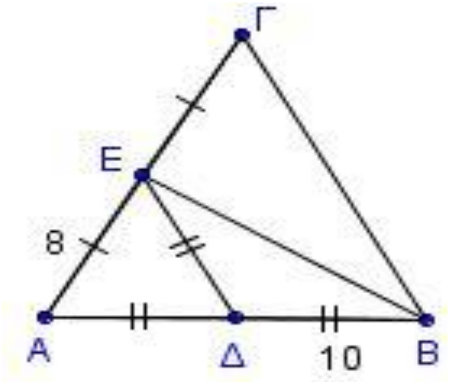


α) Επειδή τα Δ, Ε είναι τα μέσα δύο πλευρών του τριγώνου ΑΒΓ, το τμήμα ΔΕ είναι παράλληλο στη τρίτη πλευρά του τριγώνου, την ΑΒ.

β)

i. Ισχύει ότι: $\hat{x} = \hat{B} = 50^o$ ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΑΒ, ΔΕ που τέμνονται από την ΒΓ.
ii. Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΔΕΓ έχουμε:
$70 + \hat{x} + \hat{\Gamma} = 180 \Leftrightarrow 120 + \hat{\Gamma} = 180 \Leftrightarrow \hat{\Gamma} = 60$.
Τέλος έχουμε: $\hat{\text{Α}} = \hat{\text{Ε}} = 70^o$ ως εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των παραλλήλων ΑΒ, ΔΕ που τέμνονται από την ΑΓ.

ΘΕΜΑ Γ



α) Επειδή $\Delta E = A\Delta = \Delta B = \frac{AB}{2}$ στο τρίγωνο ΑΕΒ μια διάμεσός του ισούται με το μισό της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί, άρα το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την πλευρά αυτή.

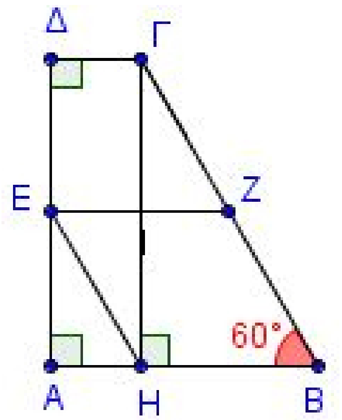
β) Έχουμε ότι: $AE = \Delta E = \Delta B = 10$.

Τα Δ και Ε είναι τα μέσα των πλευρών στο τρίγωνο ΑΒΓ, άρα
$\Delta E = \frac{B\Gamma}{2} \Leftrightarrow 10 = \frac{B\Gamma}{2} \Leftrightarrow B\Gamma = 20$.

γ) Επειδή: $AB = 2\Delta B = 20 = B\Gamma$ το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.

δ) Περίμετρος $= AB + B\Gamma + A\Gamma = 2\Delta B + 20 + 2AE = 20 + 20 + 16 = 56$

ΘΕΜΑ Δ



α) Από το άθροισμα γωνιών του ορθογωνίου τριγώνου ΒΗΓ έχουμε:

$\hat{B} + B\hat{\Gamma}H = 90^o \Leftrightarrow 60^o + B\hat{\Gamma}H = 90^o \Leftrightarrow B\hat{\Gamma}H = 30^o$.

Οπότε στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΗΓ ισχύει ότι $BH = \frac{B\Gamma}{2}$.

Όμως ΒΓ= 4ΓΔ , άρα $\text{ΒΗ} = \frac{4\text{ΓΔ}}{2} = 2\text{ΓΔ}$.

Το τετράπλευρο ΑΗΓΔ έχει τρείς ορθές, άρα είναι ορθογώνιο. Συνεπώς ΑΗ=ΓΔ γιατί είναι απέναντι πλευρές ορθογωνίου. Έχουμε λοιπόν:

$$\text{ΑΒ} = \text{ΑΗ} + \text{ΗΒ} = \text{ΓΔ} + 2\text{ΓΔ} = 3\text{ΓΔ}$$

β) Η ΕΖ είναι διάμεσος του τραπεζίου ΑΒΓΔ, άρα είναι παράλληλη στις βάσεις ΑΒ και ΓΔ και συνεπώς και στην ΗΒ. Επιπλέον για την ΕΖ ως διάμεσο έχουμε:

$$\text{ΕΖ} = \frac{\text{ΑΒ} + \text{ΓΔ}}{2} = \frac{3\text{ΓΔ} + \text{ΓΔ}}{2} = \frac{4\text{ΓΔ}}{2} = 2\text{ΓΔ} = \text{ΗΒ}$$

Επειδή τα τμήματα ΕΖ και ΗΒ είναι ίσα και παράλληλα, το τετράπλευρο ΕΗΒΖ είναι παραλληλόγραμμο.