Λύσεις ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΠΑΛ 21-2-2021

ΘΕΜΑ Α

i. Σχολικό σελίδα 65

ii. Σχολικό σελίδα 65

iii. Σχολικό σελίδα 16

iv. 1-Σ, 2-Σ, 3-Λ, 4-Λ

ΘΕΜΑ Β

i.

Αριθμός Επιβατών x_i	**Αριθμός αυτοκινήτων v_i**	**f_i**	**f_i %**	**N_i**	**F_i**	**F_i %**
1	50	0,125	12,5	50	0,125	12,5
2	110	0,275	27,5	160	0,4	40
3	120	0,3	30	280	0,7	70
4	30	0,075	7,5	310	0.775	77,5
5	90	0,225	22,5	400	1	100
ΣΥΝΟΛΑ	400	1	100			

Το N_5=400 μας δείχνει το σύνολο.

$f_i = \frac{v_i}{v}$ Συνεπώς $f_2 = \frac{110}{400} = 0,275$

$v_5 = 400 - v_1 - v_2 - v_3 - v_4 = 90$

$F_i = f_1 + f_2 + \ldots + f_i$

$F_i\% = f_1\% + f_2\% + \ldots + f_i\%$

ii. Το 70% των αυτοκινήτων. (Όσα έχουν 1 ή 2 ή 3 επιβάτες)

iii. Έχουμε: (30+90) x 300= 36000 ευρώ. (Όσα έχουν 4 ή 5 επιβάτες)

ΘΕΜΑ Γ

i. $f(x) = \dfrac{x^2-4}{\sqrt{x+2}-2}$

Για να βρούμε το πεδίο ορισμού πρέπει:

$\sqrt{x+2}-2 \neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} \neq 2 \Leftrightarrow x+2 \neq 4 \Leftrightarrow x \neq 2$

και $x+2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$

Η συναλήθευση δίνει : $D_f = [-2,2) \cup (2,+\infty)$

ii. Λύνω $f(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2-4}{\sqrt{x+2}-2} = 0 \Leftrightarrow x^2-4=0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Άρα τέμνει τον x΄x στα σημεία : A(2,0) και B(-2,0).

iii. Υπολογίζω το όριο.

$\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4}{\sqrt{x+2}-2} = \dfrac{4-4}{2-2} = \dfrac{0}{0}$ Απροσδιόριστη μορφή.

$$\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{\sqrt{x+2}-2} = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+2}+2)}{(\sqrt{x+2}-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+2}+2)}{(x+2-4)}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+2}+2)}{(x-2)} = \lim_{x\to 2}(x+2)(\sqrt{x+2}+2) = 4\cdot 4 = 16 \ .$$

iv. Αφού $\kappa = \lim\limits_{x\to 2} f(x)$ σημαίνει ότι κ=16.

Άρα αφού το πλήθος είναι 40 έχουμε:

$f_i = \dfrac{v_i}{v}$ Οπότε v_4=8

$F_i = f_1 + f_2 + \ldots + f_i$

xi	**vi**	**fi**	**Ni**	**Fi**
1	4	0,1	4	0,1
2	16	0,4	20	0,5
3	12	0,3	32	0,8
4	8	0,2	40	1
Σύνολο	40	1		

ΘΕΜΑ Δ

i. Θα βρούμε την παράγωγο και θα την λύσουμε ίση με μηδέν για να βρούμε τις λύσεις της.

$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x^2 + 2x - 3)$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$. Άρα x = -3 ή x=1

x	-∞		**-3**		**1**		+∞
f ΄(x)		+		-		+	
f (x)		↗		↘		↗	

Στο x = -3 η συνάρτηση παρουσιάζει τοπικό μέγιστο, ενώ στο x=1 παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο.

ii. Πρέπει $f(-3) = 3f(1) \Leftrightarrow (-3)^3 + 3(-3)^2 - 9(-3) + \alpha^2 - 4\alpha = 3(1 + 3 - 9 + \alpha^2 - 4\alpha)$

$\Leftrightarrow 27 + \alpha^2 - 4\alpha = 3(-5 + \alpha^2 - 4\alpha) \Leftrightarrow 2\alpha^2 - 8\alpha - 42 = 0 \Leftrightarrow \alpha^2 - 4\alpha - 21 = 0$

Δ=100 και ρίζες $\alpha_1 = 7$ και $\alpha_2 = -3$, που είναι οι δύο τιμές του α.

iii. Για α = -3 έχουμε:

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + (-3)^2 - 4(-3) = x^3 + 3x^2 - 9x + 21$

$f(0) = 21$

$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$

$f'(0) = -9$

$\beta = f(0) - f'(0) \cdot 0 = 21$

Συνεπώς η εφαπτομένη μας είναι η :

$y = f'(0) \cdot x + \beta \rightarrow y = -9x + 21$.