



ΚΥΡΙΑΚΗ 7 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2021

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1°

α) Αν η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ έχει δύο πραγματικές ρίζες τότε να αποδείξετε ότι το άθροισμα των ριζών της ισούται με $S = -\frac{\beta}{\alpha}$ και το γινόμενο των ριζών της ισούται με $P = \frac{\gamma}{\alpha}$.

(10 μονάδες)

β) Ελέγξτε αν καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή ή λάθος.

α) Η εξίσωση $4 + |x| = 0$ έχει μοναδική λύση.

β) Η εξίσωση $x^2 - 3x + 4 = 0$ είναι αδύνατη στο \mathbb{R} .

γ) Αν $x < y \Leftrightarrow x^2 < y^2$ για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς x, y .

δ) Ισχύει ότι: $|x + 9| = d(x, 9)$.

ε) Η νιοστή ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού είναι ένας μη αρνητικός αριθμός.

(15 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2°

Δίνεται πραγματικός αριθμός x για τον οποίο ισχύει: $|x - 2| < 3$.

α) Να αποδείξετε ότι: $-1 < x < 5$.

(12 μονάδες)

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση: $K = \frac{|x+1| + |x-5|}{3}$.

(13 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3°

Δίνονται οι αριθμοί: $A = \frac{1}{5+\sqrt{5}}$ και $B = \frac{1}{5-\sqrt{5}}$

α) Να δείξετε ότι: i) $A+B = \frac{1}{2}$

(8 μονάδες)

ii) $A \cdot B = \frac{1}{20}$

(8 μονάδες)

β) Να κατασκευάσετε μια εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς A και B.

(9 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4x + 2 - \lambda^2 = 0$ (1) με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι, για οποιαδήποτε τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες άνισες.

(10 μονάδες)

β) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης (1):

i) Να βρείτε το $S = x_1 + x_2$.

ii) Να βρείτε το $P = x_1 \cdot x_2$ ως συνάρτηση του πραγματικού αριθμού λ .

(5 μονάδες)

γ) Αν η μία ρίζα της εξίσωσης (1) είναι ο αριθμός $2 + \sqrt{3}$ τότε:

i) να αποδείξετε ότι η άλλη ρίζα της εξίσωσης (1) είναι ο αριθμός $2 - \sqrt{3}$.

ii) να βρείτε το λ .

(10 μονάδες)