ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ 22/11/2020

ΘΕΜΑ Α

Α1. Γ   Α2. Α   Α3. Β   Α4. Β
Α5. α. Λ   β. Σ   γ. Λ   δ. Σ   ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η γ)

Από εκφώνηση $T_\delta = 0,25s \Leftrightarrow \dfrac{1}{|f_1 - f_2|} = \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow |f_1 - f_2| = 4Hz$

Επίσης από εκφώνηση όταν αυξήσουμε τη συχνότητα f_2 κατά 2Hz η περίοδος του διακροτήματος αυξάνεται οπότε η συχνότητα του διακροτήματος μειώνεται, άρα μειώνεται και η απόλυτη τιμή της διαφοράς των συχνοτήτων $|f_1 - f_2|$. Από αυτό καταλαβαίνουμε ότι η συχνότητα f_2 προσεγγίζει την τιμή της f_1 από μικρότερη τιμή. Δηλαδή $f_2 < f_1$ οπότε f_2=996Hz.

Β2. Σωστή η γ)

Η αρχική ολική ενέργεια του συστήματος γράφεται $E_0 = \dfrac{1}{2}DA_0^2$.

Από την εκφώνηση τη χρονική στιγμή t_1 έχουν πραγματοποιηθεί N_1 = 2 πλήρεις ταλαντώσεις και το πλάτος της ταλάντωσης έχει γίνει ίσο με $A_1 = \dfrac{A_0}{2}$.

Τη χρονική στιγμή t_2 έχουν πραγματοποιηθεί 4 παραπάνω με αφετηρία τη χρονική στιγμή t_1 οπότε έχουν γίνει συνολικά 6 πλήρεις ταλαντώσεις.

Επειδή ο χρόνος υποδιπλασιασμού του πλάτους είναι 2 περίοδοι της φθίνουσας ταλάντωσης:

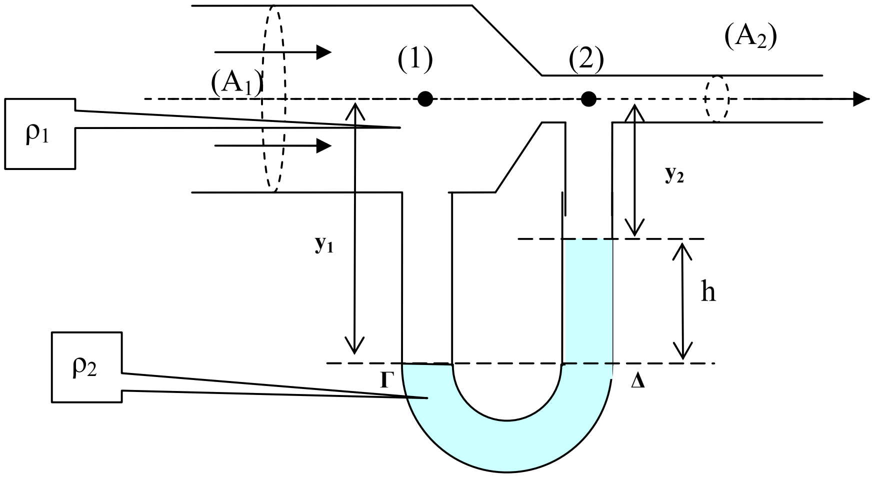
α) όταν έχουν γίνει συνολικά 4 ταλαντώσεις το πλάτος θα είναι $\dfrac{A_0/2}{2} = \dfrac{A_0}{4}$

β) όταν έχουν γίνει συνολικά 6 ταλαντώσεις το πλάτος θα είναι $\dfrac{A_0/4}{2} = \dfrac{A_0}{8}$

Η ενέργεια της ταλάντωσης στο χρονικό διάστημα από t_1 ως t_2 μειώνεται κατά:

$$E_{t=t_1} - E_{t=t_2} = \frac{1}{2}D\left(\frac{A_0}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}D\left(\frac{A_0}{8}\right)^2 = \frac{15}{64}\left(\frac{1}{2}DA_0^2\right) = \frac{15E_0}{64}$$

Β3. Σωστή η α)



Βήμα 1ο

Εξίσωση συνέχειας στις περιοχές των σημείων 1,2:

$\Pi_1 = \Pi_2 \Leftrightarrow A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2 \Leftrightarrow 3A_2 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2 \Leftrightarrow u_2 = 3u_1$ (1)

Βήμα 2ο

Εξίσωση Bernoulli στα σημεία 1,2:

$$\Leftrightarrow p_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot u_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot u_2^2 \Leftrightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho \cdot u_2^2 - \frac{1}{2}\rho \cdot u_1^2 = 4\rho \cdot u_1^2 \Leftrightarrow$$

$p_1 - p_2 = 4\rho \cdot u_1^2 (2)$

με την χρήση της (1) στην τελευταία πράξη.

Βήμα 3ο

Επιλέγουμε δυο σημεία Γ,Δ του σωλήνα **U** που ανήκουν στο ίδιο υγρό πυκνότητας ρ_2 και βρίσκονται στο ίδιο ύψος, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Τα σημεία αυτά έχουν την ίδια πίεση. Από τον νόμο της υδροστατικής πίεσης:

$p_\Gamma = p_1 + \rho_1 \cdot g \cdot y_1$ (3) και

$p_\Delta = p_2 + \rho_1 \cdot g \cdot y_2 + \rho_2 \cdot g \cdot h$ (4)

Από τις (3),(4) προκύπτει : $p_1 - p_2 = \rho_1 \cdot g \cdot (y_2 - y_1) + 5\rho_1 \cdot g \cdot h$ (5)

Από το σχήμα $y_2 - y_1 = -h$ και η (5) γράφεται : $p_1 - p_2 = 4\rho_1 \cdot g \cdot h$ (6)

Από τις (2),(6) και επειδή τα πρώτα μέλη είναι ίσα ισχύει : $4\rho \cdot u_1^2 = 4\rho_1 \cdot g \cdot h \Leftrightarrow u_1 = \sqrt{gh}$

Β4. Σωστή η β)

Το έμβολο μετακινείται αργά οπότε η συνολική δύναμη που δεχεται είναι ίση με το μηδέν. Οι δυνάμεις που δέχεται είναι η δύναμη από την ατμόσφαιρα, η δύναμη του βαρους του εμβόλου και η δύναμη F όλες με φορά προς τα κάτω και η δύναμη που ασκεί το υγρό στο έμβολο που έχει φορά προς τα πάνω. Ισχύει : $F_{υγρου} = F_{atm} + w + F \Leftrightarrow p_E = p_{atm} + \frac{w}{A_B} + \frac{F}{A_B}$ (1) όπου p_E η πίεση που επικρατεί ακριβώς κάτω από το έμβολο.

Έστω ότι το έμβολο έχει μετατοπιστεί κατά x. Εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli για τα σημεία Ε και Z της ιδίας ρευματικής γραμμής όπου Z το σημείο εκροής του υγρού από την οπή και Ε το σημείο ακριβώς κάτω από το έμβολο.

$$p_E + \rho g y_E + \frac{1}{2}\rho u_E^2 = p_Z + \rho g y_Z + \frac{1}{2}\rho u_Z^2 \Leftrightarrow$$

$$p_{atm} + \frac{w}{A_B} + \frac{F}{A_B} + \rho g(h-x) + 0 = p_{atm} + \rho g\frac{h}{2} + \frac{1}{2}\rho u_Z^2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{F}{A_B} = -\frac{w}{A_B} - \rho g\frac{h}{2} + \rho g x + \frac{1}{2}\rho u_Z^2 \Leftrightarrow$$

$$F = -w - \rho g A_B\frac{h}{2} + \rho g A_B x + \frac{1}{2}\rho A_B u_Z^2 \Leftrightarrow$$

$$F = -200 - 2000 + 2000x + 3600 \Leftrightarrow$$

$$F = 2000x + 1400(\mathrm{SI})$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από την εκφώνηση ισχύει αλγεβρικά με θετική φορά κίνησης προς τα κάτω $u_1^{'} = -4m/s$

Έστω u_1 η ζητούμενη ταχύτητα

Είναι : $u_1^{'} = -4m/s = \frac{m_1 - 3m_1}{m_1 + 3m_1}\cdot u_1 \Leftrightarrow u_1 = +8m/s \Leftrightarrow \boxed{u_1 = +8m/s}$

Γ2. ΘΜΚΕ για το σώμα Σ1 κατά την κίνησή του από τη στιγμή που το αφήσαμε μέχρι να φτάσει στη θέση της κρούσης με το Σ2.

$$W_B = \Delta K \Leftrightarrow m_1 g h = \frac{1}{2}m_1\cdot u_1^2 = 0 \Leftrightarrow h = \frac{u_1^2}{2g} \Leftrightarrow h = \frac{64}{20} \Leftrightarrow \boxed{h = 3,2m}$$

Γ3. Είναι $u = \omega A\cdot\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0)$

Αναλυτικά :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_2}} = \sqrt{\frac{300}{3}} = 10rad/s$$

Για το πλάτος : $u_2^{'} = \frac{2m_1}{m_1 + 3m_1}\cdot u_1 \Leftrightarrow u_2^{'} = +4m/s$

$$u_2^{'} = u_{\max} = \omega\cdot A \Leftrightarrow 4 = 10\cdot A \Leftrightarrow A = 0,4m$$

Για την αρχική φάση : Τη χρονική στιγμή t=0 είναι y=0 και u<0. Προκύπτει με την γνωστή διαδικασία φ_0=πrad.

Τελικά : $\boxed{u = 4\cdot\sigma\upsilon\nu(10t + \pi)}$ στο SI.

Γ4. Επειδή η θετική φορά για την ταλάντωση είναι προς τα πάνω η κινητική ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια για πρώτη φορά όταν το σώμα φτάνει στη θέση $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}A$ κινούμενο με αρνητική ταχύτητα. Τη θέση αυτή τη βρίσκουμε με ΑΔΕΤ από γνωστή εφαρμογή:

$$E = K + U \Leftrightarrow E = U + U = 2U \Leftrightarrow \frac{1}{2}kA^2 = 2\cdot\frac{1}{2}ky^2 \Leftrightarrow y = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$$

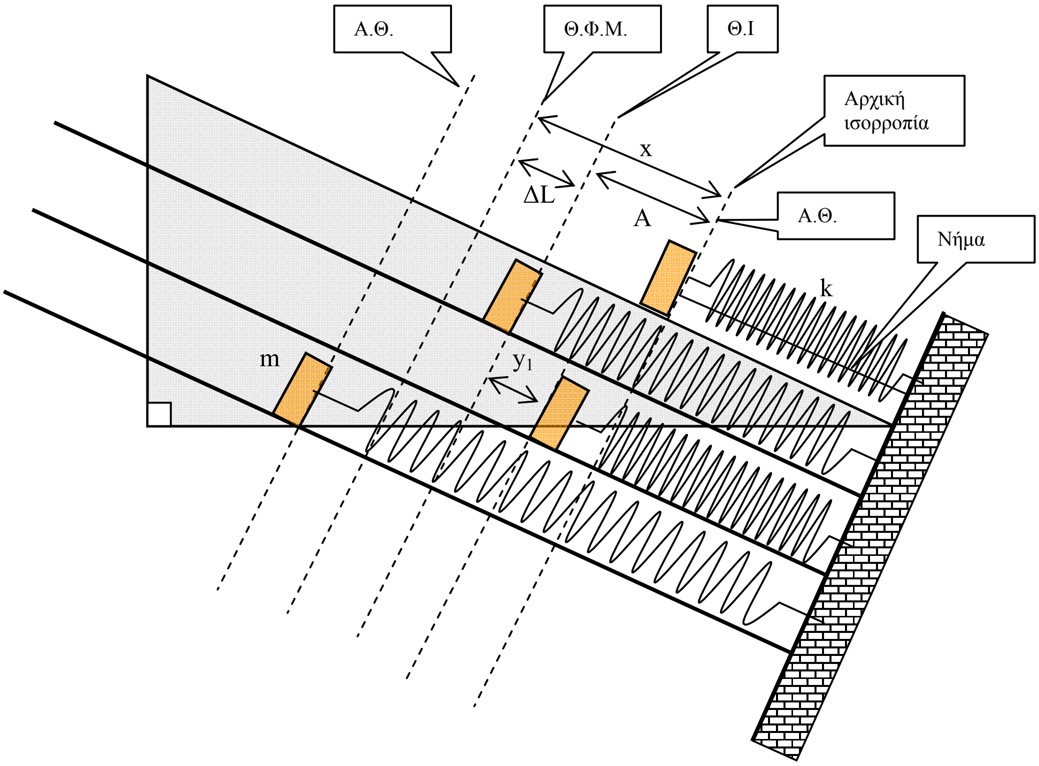
Έστω u_2 η ζητούμενη ταχύτητα. Πάλι με ΑΔΕΤ:

$$E = K + U \Leftrightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m_2u_2^2 + \frac{1}{2}k(\frac{\sqrt{2}}{2}A)^2 \Leftrightarrow u_2 = -\omega\sqrt{A^2 - \frac{A^2}{2}} \Leftrightarrow$$

$$u_2 = -\omega\frac{\sqrt{2}}{2}A = -2\sqrt{2}m/s$$

Γ5.Σε απόλυτη τιμή $\left|\frac{dp}{dt}\right| = |\Sigma F| \Sigma F = |-Dy| = \left|-k(-\frac{\sqrt{2}}{2}A)\right| = \frac{\sqrt{2}}{2}kA \Leftrightarrow \boxed{\frac{dp}{dt} = 60\sqrt{2}N}$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Το σώμα στην αρχική ισορροπία του δέχεται τρεις δυνάμεις στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου. Τη συνιστώσα του βάρους $w_x = mg\cdot\eta\mu\varphi$ με φορά προς τα κάτω, την τάση του νήματος Τ με φορά προς τα κάτω και δεσμευτικά την δύναμη του ελατηρίου με φορά προς τα πάνω. Το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά x.

Από την ισορροπία στον άξονα x που είναι παράλληλος του κεκλιμένου επιπέδου :

$$mg\cdot\eta\mu\varphi + T = F_{\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow mg\cdot\eta\mu\varphi + T = k\cdot x \Leftrightarrow 10 + 20 = 100\cdot x \Leftrightarrow x = 0,3m$$

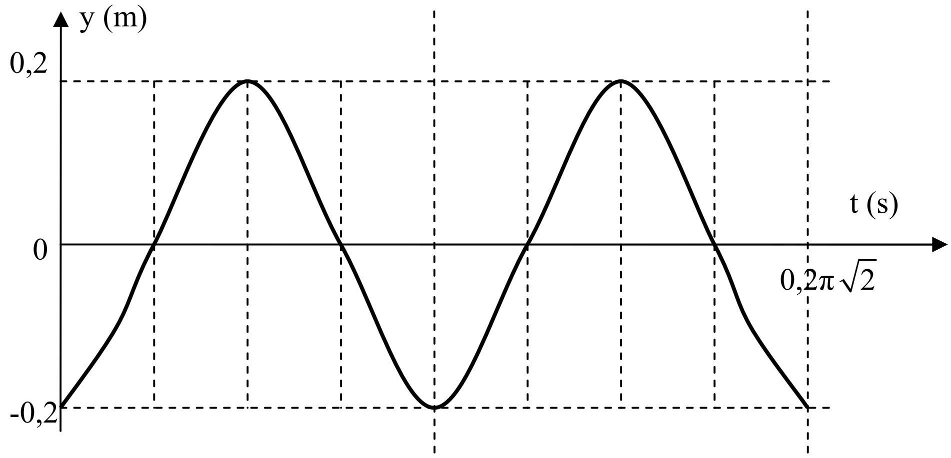
Δ2. Στη θέση ισορροπίας ταλάντωσης του σώματος από τη συνθήκη ισορροπίας έχουμε: $\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow mg \cdot \eta\mu\varphi = F_{\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow mg \cdot \eta\mu\varphi = k \cdot \Delta L \Leftrightarrow \Delta L = 0,1m$

Τη χρονική στιγμή t=0 που κόβεται το νήμα το σώμα είναι ακίνητο (σε ακραία θέση για την ΑΑΤ που ξεκινά) και απέχει από τη θέση ισορροπίας ταλάντωσής του κατά $x - \Delta L = 0,3 - 0,1 = 0,2m$.

Άρα το πλάτος ταλάντωσης του σώματος είναι A=0,2m

Επίσης : $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{100}{2}} = 5\sqrt{2} rad/s$ και φ_0=3π/2 γιατί την t=0 , y=-A.

Η χρονική εξίσωση γράφεται: $\boxed{y = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Leftrightarrow y = 0,2\eta\mu(5\sqrt{2}t + \frac{3\pi}{2})}$ στο SI.



Δ3. Έστω $y_1<0$ η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή t= t_2 που που για πρώτη φορά η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης γίνεται τριπλάσια από την δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης. Με ΑΔΕΤ:

$$E = K + U \Leftrightarrow E = 3U + U = 4U \Leftrightarrow \frac{1}{2}kA^2 = 4 \cdot \frac{1}{2}ky_1^2 \Leftrightarrow y_1 = \pm\frac{A}{2} \Leftrightarrow y_1 = -\frac{A}{2} = -0,1m$$

Στη θέση αυτή το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά $\Delta L + |y_1| = 0,1 + 0,1 = 0,2m$ (όπως φαίνεται καλύτερα στο σχήμα) και ασκεί δύναμη στον τοίχο με φορά προς τα κάτω στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου και με μέτρο $k \cdot (\Delta L + |y_1|) = 100 \cdot 0,2 = 20N$.

Δ4. Μετά από 5 πλήρεις ταλαντώσεις από την έναρξη της φθίνουσας ταλάντωσης, το πλάτος της ταλάντωσης έχει μειωθεί κατά 75% δηλαδή έχει γίνει $\dfrac{A_0}{4}$. Αυτό έχει συμβεί σε χρονικό διάστημα Δt=5T=$5 \cdot (0,2\pi\sqrt{2})s = \pi\sqrt{2}s$

Είναι : $\dfrac{A_0}{4} = A_0 \cdot e^{-\Lambda \cdot \Delta t} \Leftrightarrow \ln\dfrac{1}{4} = \ln e^{-\Lambda \cdot \Delta t} \Leftrightarrow -2\ln 2 = -\Lambda \cdot \Delta t \Leftrightarrow \Lambda = \dfrac{2 \cdot \ln 2}{\pi\sqrt{2}} \Leftrightarrow \Lambda = \dfrac{1}{\pi}s^{-1}$

Δ5. Το σύστημα ταλαντώνεται με σταθερό πλάτος έστω A_2.
Επειδή η εξωτερική περιοδική δύναμη είναι F = F_oσυν9t (S.I.) τότε η κυκλική συχνότητα του διεγέρτη είναι $\omega_\delta = 9 rad/s$ ενώ η κυκλική ιδιοσυχνότητα έχει τιμή $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 5\sqrt{2} = 7 rad/s$

Βλέπουμε ότι $\omega_\delta > \omega_0$

$$U_{\max} = \frac{1}{2}kA_2^2 = \frac{1}{2}m \cdot \omega_0^2 A_2^2$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2}mu_{\max}^2 = \frac{1}{2}m \cdot \omega_\delta^2 A_2^2$$

Επειδή $\omega_\delta > \omega_0$ τότε $K_{\max} > U_{\max}$
Η μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος είναι μεγαλύτερη από τη μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης.