

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν A, B είναι δύο ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω να αποδείξετε ότι:
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Μονάδες 8

A2. Τι λέγεται σχετική συχνότητα f_i της τυχαίας τιμής x_i μιας μεταβλητής X .

Μονάδες 3

A3. Πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, με τη λέξη ΣΩΣΤΟ, αν η πρόταση είναι σωστή, ή ΛΑΘΟΣ, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν για την συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύει $f(3) > f(2)$, και γνωρίζουμε ότι είναι γνησίως μονότονη τότε η f είναι γνησίως αύξουσα.

β. Το τόξο a_i ενός κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί σε τιμή x_i μιας μεταβλητής X , στο κυκλικό διάγραμμα, είναι αντιστρόφως ανάλογο της σχετικής συχνότητας f_i της τυχαίας τιμής x_i .

γ. Η παράγωγος της συνάρτησης f , με τύπο $f(x) = \sqrt[3]{x}$ είναι $f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x}}$.

δ. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων (σε ιστόγραμμα συχνοτήτων) και τον οριζόντιο άξονα, είναι ίσο με το μέγεθος n του δείγματος.

ε. Για δύο οποιαδήποτε ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει:
 $P(A - B) = P(B) - P(A \cap B)$

Μονάδες 10



ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = 2\ln x + 3x$.

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

Μονάδες 3

B2. Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{xf'(x) - 2x}$.

Μονάδες 6

B3. Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού κ ώστε να ισχύει:

$$-\frac{1}{2}\kappa^2 f''(1) + \kappa f'(1) - 2(\kappa + 5) = 0.$$

Μονάδες 6

B4. Αν $g(x) = \ln \frac{e}{x} + 3x + 2$ να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των f και g .

Μονάδες 5

B5. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της g , στο σημείο $M(1, g(1))$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Το περιοδικό "Μαθηματικές ιστορίες" πραγματοποίησε μια έρευνα σχετικά με τους αναγνώστες του περιοδικού. Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι το 80% των αναγνωστών είναι συνδρομητές, ενώ το 20% αγοράζουν το περιοδικό από τα περίπτερα. Και οι δύο κατηγορίες αναγνωστών ακολουθούν κανονική κατανομή.

Γ1. Αν γνωρίζουμε για τους συνδρομητές του περιοδικού ότι το 83,85% των ηλικιών βρίσκονται στο διάστημα $(35, 50)$ με τα άκρα του διαστήματος να είναι χαρακτηριστικές τιμές της κατανομής και ότι η μέση ηλικία είναι κάτω από 42 έτη να βρεθούν: η μέση ηλικία, η διάμεσος, η τυπική απόκλιση, ο συντελεστής μεταβολής και το εύρος των ηλικιών.

Μονάδες 10

Γ2. Πόσο τουλάχιστον πρέπει να αυξηθεί η μέση ηλικία των συνδρομητών για να γίνει το παραπάνω δείγμα ομοιογενές;

Μονάδες 3

Γ3. Τον μήνα Μάρτιο αγόρασαν το περιοδικό από το περίπτερο 2000 άτομα. Αν γνωρίσουμε ότι 320 από αυτά είχαν ηλικία κάτω από 30 έτη και ότι 30 από αυτά είχαν ηλικία άνω των 50 να βρεθούν: η μέση ηλικία και η τυπική απόκλιση αυτού του καταναλωτικού κοινού. Πόσα άτομα αγόρασαν συνολικά το περιοδικό το Μάρτιο;

Μονάδες 6

Γ4. Τι ποσοστό των συνολικών αναγνωστών του περιοδικού έχουν ηλικίες από 40 έως 50 έτη;

Μονάδες 6



ΘΕΜΑ Δ

Σε ένα πείραμα τύχης αρχικά ρίχνουμε ένα τετράεδρο ζάρι και στη συνέχεια διαλέγουμε στη τύχη μια αριθμημένη κάρτα. Τα πιθανά αποτελέσματα της ρίψης του ζαριού ανήκουν στο $Z=\{1,2,3,4\}$, ενώ τα πιθανά αποτελέσματα της κάρτας ανήκουν στο $K=\{1,2,3,4,5\}$.

Δ1. Να βρείτε τον δειγματικό χώρο Ω του πειράματος.

Μονάδες 3

Δ2. Έστω το ενδεχόμενο $A=\left\{\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + 2ax - 3a^2}{\sqrt{x^2 + 3a^2} - 2a} \geq 8\beta^2, \text{ με } a \in Z \text{ και } \beta \in K \right\}$

Να υπολογίσετε την πιθανότητα $P(A)$.

Μονάδες 9

Δ3. Αν οι πιθανότητες $P(A)$ και $P(B)$ είναι θέσεις τοπικών ακροτάτων της συνάρτησης $f(x) = 4x^3 - \frac{11}{2}x^2 + 2x$ και ισχύει $P(A) \neq P(B)$ να υπολογιστεί η πιθανότητα $P(B)$.

Μονάδες 5

Δ4. Αν $P(A)=\frac{1}{4}$ και $P(B)=\frac{2}{3}$ και επιπλέον η πιθανότητα του ενδεχομένου να

πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα A, B ανήκει στο σύνολο $Y = \left\{\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{7}{6}\right\}$

να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

- i. Πραγματοποιείται το πολύ ένα από τα ενδεχόμενα A, B
- ii. Πραγματοποιείται το A ή δεν πραγματοποιείται το B

Μονάδες 8

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:

ΒΑΓΕΝΑΣ ΘΟΔΩΡΗΣ – ΗΛΙΟΠΟΥΛΟΣ ΣΤΑΘΗΣ
ΚΑΡΑΪΣΚΟΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ – ΚΛΑΥΔΙΑΝΟΣ ΔΙΟΝΥΣΗΣ
ΛΑΜΠΡΟΠΟΥΛΟΥ ΓΙΟΥΛΗ – ΜΑΚΡΗ ΦΩΤΕΙΝΗ
ΠΑΝΤΕΛΗΣ ΑΝΔΡΕΑΣ

